

© 2026 г. А.И. ЕРМОЛАЕВ, д-р техн. наук (ermolaev.a@gubkin.ru)
(РГУ нефти и газа (НИУ) им. И.М. Губкина, Москва),
А.В. АХМЕТЗЯНОВ, канд. техн. наук (atlaswa@gmail.com),
А.Р. ЛАТИПОВ (latipov257@gmail.com)
(Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, Москва)

УПРАВЛЯЕМЫЙ СЛУЧАЙНЫЙ ПОИСК И ОТНОШЕНИЕ ПРАВДОПОДОБИЯ В ЗАДАЧАХ БУЛЕВА ПРОГРАММИРОВАНИЯ¹

На основе метода последовательного критерия отношения вероятностей (отношения правдоподобия) предложен алгоритм управляемого случайного поиска, предназначенный для приближенного решения задач дискретного программирования большой размерности. Сокращение перебора допустимых наборов искомых переменных задачи достигается за счет введения ненулевых вероятностей ложного распознавания оптимального решения. В качестве практического применения алгоритма рассмотрено решение задачи формирования оптимальных схем размещения скважин на залежах нефти и газа. Приведены результаты вычислительных экспериментов, целью которых являлось исследование точности решения задачи в зависимости от ее размерности (варьировались количество блоков, в которых возможно размещение скважин, и число размещаемых скважин). В качестве эталонного решения, относительно которого оценивалась точность приближенного решения, сформированного предлагаемым алгоритмом, использовалось оптимальное решение задачи одним из точных методов дискретного программирования.

Ключевые слова: алгоритм, булево программирование, вероятность, статистические гипотезы, метод максимального правдоподобия, плотность распределения, оптимизация, транспортная задача.

DOI: 10.7868/S2413977726050045

1. Введение

Одним из основных подходов к решению задач дискретного программирования большой размерности является использование приближенных алгоритмов, позволяющих оценить погрешность в определении точного (оптимального) решения [1–3]. Такой подход является вполне оправданным при решении прикладных задач, типичной ситуацией для которых является не только их большая размерность, но и существенная погрешность в значениях исходных параметров, поскольку в этом случае снижается ценность точного

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке проекта Российского научного фонда (№ 25-71-20008).

решения задачи и появляется возможность сокращения количества анализируемых допустимых решений задачи за счет отказа от гарантированного получения точного решения.

В согласии с [2] под задачей большой размерности будем понимать задачу, поиск оптимального решения которой на конкретном компьютере занимает время, превосходящее заданное значение, или требует объем памяти, превосходящий выделяемый объем.

Значительный класс приближенных методов составляют методы управляемого случайного поиска [1, 2]. В отличие от «слепого» случайного поиска эти методы позволяют накапливать информацию, полученную на предыдущих этапах поиска оптимального решения, для корректировки следующих этапов.

Предлагаемый в работе алгоритм относится к методам управляемого случайного поиска, представляет собой итерационную процедуру, на каждом шаге которой при заданных вероятностях ошибочного вывода проверяется истинность одной из двух статистических гипотез: можно ли считать оптимальным допустимое решение, наиболее предпочтительное относительно всех ранее сформированных допустимых решений с точки зрения целевой функции, или следует продолжить поиск?

2. Постановка задачи и описание алгоритма

Рассмотрим задачу линейного булева программирования:

$$\begin{aligned} (1) \quad & F(X) \rightarrow \min \\ (2) \quad & X = (x_1, \dots, x_k) \in A \\ (3) \quad & x_i \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, k}, \end{aligned}$$

где A – подмножество k -мерного евклидова пространства, представленное линейными ограничениями, а $F(X)$ – линейная функция, определенная на подмножестве A .

При большой размерности задачи (1)–(3) для ее решения потребуются необозримо большой перебор всех допустимых решений (в общем случае такой перебор невозможен из-за практически неограниченного объема требуемой памяти и соответственно времени вычислений). Введем множество B :

$$(4) \quad B \equiv \{X = (x_1, \dots, x_k) : X \in A, 0 \leq x_i \leq 1, i = \overline{1, k}\}.$$

Предполагая, что полный перебор всех допустимых решений невозможен из-за огромных временных затрат, рассмотрим основные этапы алгоритма.

1. Любым доступным методом линейного программирования решаются две задачи:

$$\begin{aligned} (5) \quad & F(X) \rightarrow \min_{X \in B}, \\ (6) \quad & F(X) \rightarrow \max_{X \in B}. \end{aligned}$$

Пусть F_{\min}, F_{\max} – соответственно значения целевых функций в оптимальных решениях задач (5) и (6). Тогда с учетом (4) для значений целевой функции (1) при выполнении ограничений (2) и (3) будет следовать:

$$(7) \quad F_{\min} \leq F(X) \leq F_{\max}.$$

2. Случайным образом (по некоторому закону распределения) формируется набор из n допустимых решений задачи (1)–(3): X_1, \dots, X_n , и формируется набор $F_1 \equiv F(X_1), \dots, F_n \equiv F(X_n)$, представляющий собой реализацию случайной величины – значения целевой функции задачи (1)–(3).

Если при $r, j \in \{1, \dots, n\}$ окажется, что выполняются условия $F_r \leq F_j$ и $F_r = F_{\min}$, то из неравенств (7) следует, что X_r – оптимальное решение задачи (1)–(3), и все вычисления заканчиваются. В ином случае требуется выполнение следующих этапов испытаний, на которых рассматривается случай $F_r > F_{\min}$. Если на протяжении следующих $n + 1, n + 2, \dots$ «испытаний» выполняется $F_r \leq F_j$, где $j \in \{n + 1, n + 2, \dots\}$, то возникает подозрение: не является ли X_r оптимальным решением задачи (1)–(3)?

Основной целью следующих этапов предлагаемой модификации метода случайного поиска является ответ на вопрос: сколько дополнительных испытаний, в каждом из которых выполняется $F_{\min} < F_r \leq F_j$, где $j \in \{n + 1, n + 2, \dots\}$, следует провести, чтобы при заданных вероятностях ошибочного вывода можно было бы утверждать, что X_r является оптимальным решением задачи (1)–(3)? Ответ на эти вопросы достигается следующим образом.

3. Введем обозначения $X^* \equiv X_r$ и $F^* \equiv F(X_r)$. Исходя из полученных значений целевой функции (1) строится гистограмма. По виду гистограммы выбирается один из возможных законов распределения $F(X)$ – значений целевой функции (1). Этот выбранный закон распределения применяется для значений случайной величины $F(X)$, принадлежащих как отрезку $[F^*, F_{\max}]$, так и отрезку $[F_{\min}, F_{\max}]$. В связи с этим выдвигаются две гипотезы H_1 и H_2 :

$$(8) \quad H_1 : F(X) \in [F^*, F_{\max}];$$

$$(9) \quad H_2 : F(X) \in [F_{\min}, F_{\max}].$$

Для проверки выдвинутых гипотез предлагается использовать последовательный критерий отношения вероятностей (или отношение правдоподобия) [4]. Одним из его достоинств является возможность не задавать заранее необходимое число испытаний (измерений, итераций), так как после каждого испытания либо устанавливается справедливость гипотезы H_1 , либо делается вывод о необходимости продолжения испытаний. Тем самым лишние испытания не проводятся.

4. Реализация последовательного критерия отношения вероятностей (ПКОВ) при его применении к задаче (1)–(3) состоит из следующих шагов.

4.1. Вводятся вероятности ложного распознавания: γ_{lt} – вероятность принять H_l , когда на самом деле верна H_t , где $l, t \in \{1, 2\}$. Определяются два порога: α и β , $\alpha > \beta$ [4]:

$$(10) \quad \alpha \equiv (1 - \gamma_{21})/\gamma_{12}, \quad \beta \equiv \gamma_{21}/(1 - \gamma_{12}).$$

4.2. Исходя из выбранного вида закона распределения случайной величины $F(X)$ и полученных при испытаниях ее реализаций F_1, \dots, F_n с использованием метода максимального правдоподобия [5] определяются Y_1 и Y_2 – векторы параметров двух условных плотностей распределения значений целевой функции (1). Первая условная плотность распределения $p_{1n}(f/Y_1, F^*)$ соответствует гипотезе H_1 (справедливо условие (8)), т.е. $F^* \leq F(X) \leq F_{\max}$. Вторая условная плотность распределения $p_{2n}(f/Y_2, F_{\min})$ соответствует гипотезе H_2 (справедливо условие (9)), т.е. $F_{\min} \leq F(X) \leq F_{\max}$. Другими словами, восстанавливаются две плотности распределения $p_{1n}(f/Y_1, F^*)$ и $p_{2n}(f/Y_2, F_{\min})$, что сводится к решению двух задач:

$$(11) \quad \prod_{j=1}^n p_{1n}(F_j/Y_1, F^*) \rightarrow \max_{Y_1},$$

$$(12) \quad \prod_{j=1}^n p_{2n}(F_j/Y_2, F_{\min}) \rightarrow \max_{Y_2}.$$

После определения Y_1 и Y_2 можно перейти к проверке гипотез H_1 и H_2 , т.е. к ответу на вопрос: случайная величина $F(X)$ распределена по первому закону $p_{1n}(f/Y_1, F^*)$ или второму $p_{2n}(f/Y_2, F_{\min})$?

4.3. Случайным образом формируется новое допустимое решение X_{n+1} и вычисляется F_{n+1} – значение целевой функции (1), соответствующее этому решению.

4.4. Вводится отношение правдоподобия δ_{n+1} [4]:

$$\delta_{n+1} = \frac{p_{1n}(F_{n+1}/Y_1, F^*)}{p_{2n}(F_{n+1}/Y_2, F_{\min})}.$$

4.5. Проверяется выполнение условий остановки или продолжения испытаний [4]:

а) если $\delta_{n+1} \geq \alpha$, то верной считается H_1 , т.е. принимается гипотеза: X^* является оптимальным решением задачи (1)–(3);

б) если $\beta < \delta_{n+1} < \alpha$, то необходимо сформировать новое допустимое решение X_{n+2} , вычислить F_{n+2} , определить δ_{n+2} по формуле

$$\delta_{n+2} = \frac{p_{1n}(F_{n+1}/Y_1, F^*)}{p_{2n}(F_{n+1}/Y_2, F_{\min})} \cdot \frac{p_{1n}(F_{n+2}/Y_1, F^*)}{p_{2n}(F_{n+2}/Y_2, F_{\min})},$$

снова сравнить δ_{n+2} с порогами α и β и т.д. (с каждой итерацией число сомножителей в отношении правдоподобия увеличивается на единицу);

в) если выполняется $\delta_{n+1} \leq \beta$ (верна H_2), т.е. $\delta_{n+1} = 0$, так как $F_{n+1} < F^*$ и $p_{1n}(F_{n+1}/Y_1, F^*) = 0$, то необходимо положить $X^* \equiv X_{n+1}$, $F^* \equiv F(X_{n+1})$, найти новые значения Y_1 и Y_2 , решая задачи (11) и (12), где $j = 1, 2, \dots, n + 1$, и повторить пункты 4.2–4.5, полагая $n \equiv n + 1$.

Пусть $(m - 1)$ – число итераций процесса распознавания, в каждой из которых выполнялось условие пункта б), и получены реализации случайной величины $F(X)$: $F_{n+1}, F_{n+2}, \dots, F_{n+m-1}$. Тогда на m -й итерации после вычисления F_{n+m} отношение правдоподобия приобретает вид:

$$(13) \quad \delta_{n+m} = \prod_{j=n+1}^{n+m} \frac{p_{1n}(F_j/Y_1, F^*)}{p_{2n}(F_j/Y_2, F_{\min})}.$$

3. Применение алгоритма для формирования оптимальных схем размещения скважин на залежах нефти и газа

Рассмотрим применение алгоритма для решения задачи расстановки заданного числа скважин на залежах нефти и газа, которая является ключевой в перечне задач проектирования разработки нефтяных и газовых месторождений. Ее решению посвящены многочисленные исследования (см., например, обзоры [6, 7]), в большинстве из которых применяются модели размещения, где целевые функции представляют собой конечные показатели эффективности процессов разработки залежей, например степень извлечения углеводородного сырья из недр. Это вызывает необходимость гидродинамического моделирования процессов разработки месторождений нефти и газа [8], реализация которого сопряжена со значительными временными затратами.

Рассмотрим один из альтернативных подходов к проектированию схем расстановки газовых (нефтяных) скважин, в котором проблема размещения скважин сводится к модели линейного булева программирования [9]. В этой модели целевая функция является формализацией эвристических правил рационального размещения скважин, проверенных многолетней практикой разработки месторождений нефти и газа. В этом случае вычисление значений целевой функции не потребует привлечения гидродинамического моделирования. В соответствии с этими правилами размещение заданного числа скважин (точнее забоев скважин) должно обеспечивать [9]:

- а) как можно меньшее расстояние скважин до любой точки продуктивного пласта;
- б) равенство областей дренирования скважин;
- в) приближение скважин к участкам пласта, имеющим более высокие значения запасов.

Выполнение этих правил направлено на максимально возможный охват пласта заданным количеством скважин и повышение степени извлечения углеводородного сырья из залежи.

Содержательная постановка задачи формулируется следующим образом: пусть залежь разбита на блоки, в каждом из которых возможно размещение забоя скважины; число размещаемых скважин задано; требуется определить набор блоков, содержащих забой скважин, при котором в минимальной степени нарушаются эвристические правила рациональной расстановки скважин (правила *a*, *b*, *в*).

Перейдем к построению модели оптимизации, ориентируясь на результаты работы [9]. Предварительно продуктивная площадь аппроксимируется двумерной областью, состоящей из одинаковых по площади блоков, имеющих форму квадрата. Известны запасы газа (нефти) каждого блока. Считается, что при размещении скважины в каком-либо блоке координаты забоя скважины совпадают с центром этого блока.

Введем исходные параметры. Пусть S – число добывающих скважин, K – число блоков, приходящихся на одну скважину, N – число блоков, $N = KS$. Чтобы задача допускала нетривиальные решения, положим $N > S \geq 1$, т.е. $K > 1$.

Пусть V_j – геологические запасы j -го блока, $V_j > 0$, а $V \equiv \max\{V_j\}$, $j = 1, \dots, N$. Введем параметр λ_j , характеризующий продуктивность («важность», «полезность») j -го блока или потенциальную эффективность скважины, размещенной в этом блоке. Тогда в качестве λ_j можно выбрать отношение: $\lambda_j = V_j/V$ [9]. Введем параметр R_{ij} – расстояние между центрами i -го и j -го блоков, $R_{ij} > 0$, $j \neq i$, $R_{ii} = 0$, $R \equiv \max\{R_{ij}\}$, $i = 1, \dots, N$, $j = 1, \dots, N$. Пусть $r_{ij} = R_{ij}/R$.

Определим параметр c_{ij} – «взвешенное расстояние» между i -м и j -м блоками:

$$(14) \quad c_{ij} = \begin{cases} (\lambda_j)^{1-\gamma} (r_{ij})^\gamma, & i \neq j, \\ 0, & i = j, \end{cases}$$

где γ – экспертная оценка важности показателя «расстояние» по отношению к показателю «запасы», $0 \leq \gamma \leq 1$. Выбор γ для нефтяных и газовых скважин может различаться. С учетом более высокой подвижности газа по сравнению с нефтью γ , для газовых залежей будет иметь меньшие значения. Параметр c_{ij} можно трактовать как штраф за нарушение правил *a*, *b*, *в* при включении j -го блока в область влияния скважины, расположенной в i -м блоке. Под областью влияния понимается совокупность блоков вокруг скважины, из которых скважина получает основной приток пластовых флюидов.

Для повышения адекватности моделей расстановки скважин в качестве расстояния между любой парой блоков можно использовать не евклидово расстояние, выраженное в единицах длины, а параметры, характеризующие

сопротивление продвижению потока пластовых флюидов от одного блока к другому (подробное описание такой замены можно найти в [10]).

Введем искомые переменные x_{ij} : $x_{ij} = 1$, если j -й блок входит в область влияния (питания) скважины, находящейся в i -м блоке, и $x_{ij} = 0$ в ином случае. Из определения x_{ij} следует: если $x_{ii} = 1$, то в i -м блоке находится скважина, в ином случае $x_{ii} = 0$.

С учетом сформулированного выше понятия рациональности (правила a , b , $в$) формирование наилучшей схемы размещения скважин сводится к поиску таких x_{ij} , что

$$(15) \quad \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min_x,$$

$$(16) \quad \sum_{i=1}^N x_{ii} = S,$$

$$(17) \quad \sum_{j=1}^N x_{ij} = K x_{ii}, \quad i = \overline{1, N},$$

$$(18) \quad \sum_{i=1}^N x_{ij} = 1, \quad j = \overline{1, N},$$

$$(19) \quad x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad i = \overline{1, N}, \quad j = \overline{1, N}.$$

В модели (15)–(19): целевая функция в критерии (15) – суммарный штраф за нарушение правил a , b , $в$; ограничение (16) – ограничение на число скважин; ограничение (17) – условие: каждая область влияния состоит из одинакового количества блоков; ограничение (18) – условие: любой блок может включаться только в одну область влияния. Так как из (14) следует, что $c_{ij} = 0$ при $j = i$, то в целевой функции (15) переменные x_{ii} при $j = i$ отсутствуют. С учетом (14) и $V_j > 0$, $R_{ij} > 0$, $j \neq i$, $i = \overline{1, N}$, $j = \overline{1, N}$ целевая функция (15) при любом допустимом решении будет строго больше нуля.

Алгоритм, рассмотренный в предыдущем разделе, использует специфику задачи (15)–(19), которая заключается в следующем. Во-первых, система уравнений (16)–(19) является линейно-зависимой из-за условия $N = KS$. Во-вторых, при определенном фиксированном размещении скважин, т.е. при известных допустимых значениях переменных x_{ii} , задача (15), (17)–(19) становится классической транспортной задачей с правильным балансом по критерию стоимости (Т-задача) [11]. Продемонстрируем преобразование задачи (15), (17)–(19) в Т-задачу для одной из допустимых расстановок скважин, в соответствии с которой скважины размещаются в первых S блоках:

$$(20) \quad x_{ii} = 1, i = \overline{1, S}, \quad x_{ii} = 0, \quad i = \overline{S+1, N}.$$

С учетом соотношений (17), (18), (20) задача (15)–(19) принимает вид:

$$(21) \quad \sum_{i=1}^S \sum_{j=S+1}^N c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min_x,$$

$$(22) \quad \sum_{j=S+1}^N x_{ij} = K - 1, \quad i = \overline{1, S},$$

$$(23) \quad \sum_{i=1}^S x_{ij} = 1, \quad j = \overline{S+1, N},$$

$$(24) \quad x_{ij} \geq 0, \quad i = \overline{1, S}, \quad j = \overline{S+1, N}.$$

В задаче (21)–(24) с учетом того, что $N = KS$, сумма правых частей уравнений (22) и сумма правых частей уравнений (23) совпадают и равняются $(N - S)$. В силу ограничения (23) и условий (24) значения искоемых переменных не могут оказаться больше 1. Так как правые части ограничений (22) и (23) являются строго положительными целыми числами и введено условие (24), то «автоматически» будет выполняться условие (19) [11]. Поэтому при выполнении условия (20) оптимальные с точки зрения критерия (21) значения x_{ij} , где $i = \overline{1, S}$, $j = \overline{S+1, N}$, $j \neq i$, можно получить с помощью алгоритмов линейного программирования, более эффективных по сравнению с алгоритмами дискретного программирования при решении задач большой размерности. Остальные искоемые переменные исходной задачи (15)–(19) полагаются равными нулю для выполнения ограничений (16)–(19). Тем самым будет получено значение целевой функции (15), равное значению целевой функции (21) в оптимальном решении задачи (21)–(24).

Присваивая с помощью датчика случайных чисел каким-либо S элементам главной диагонали квадратной матрицы $\{x_{ij}\}_{N \times N}$ значения, равные единице, и полагая остальные элементы главной диагонали равными нулю (для выполнения ограничения (16)), можно генерировать оптимальные решения задачи (21)–(24), которые являются допустимыми решениями задачи (15)–(19). Каждому допустимому решению соответствует значение целевой функции (15), что позволяет для решения исходной задачи (15)–(19) применить предлагаемый выше алгоритм управляемого случайного поиска.

Ниже приведены результаты тестирования предлагаемого алгоритма при различных наборах исходных данных задачи (15)–(19). В качестве исходных данных использовались природные и технологические параметры разработки гипотетического газового месторождения. Вычислительные эксперименты проводились путем варьирования ключевых параметров задачи: общего числа блоков (N), количества размещаемых скважин (S) и γ – параметра целевой функции (15), $0 \leq \gamma \leq 1$. Параметр γ определяет относительные «веса» правил a и b , а именно: при $\gamma = 0$ учитываются только запасы блоков (полное доминирование правила b); при $\gamma = 1$ учитываются только расстояния между скважинами (полное доминирование правила a). Отметим, что при $\gamma = 0$

решение задачи (15)–(19) тривиально: скважины расставляются в S блоках, превосходящих остальные $(N - S)$ блоков по запасам.

Предлагаемый алгоритм (ПА) сравнивался с методом ветвей и границ (МВГ) [11], позволяющим получить точное решение задачи (15)–(19). Для МВГ было установлено ограничение по времени вычислений в 1200 секунд (20 минут). Анализ основан на сравнении полученных значений целевых функций (15): F^* соответствует лучшему решению, найденному ПА; F_{opt} – оптимальному решению, найденному МВГ (если доступно); F_{min} – теоретическая нижняя граница целевой функции (15), когда вместо задачи (15)–(19) решается задача (15)–(18), (24). Кроме этого, сравнивались затраты времени на получение окончательных решений: T^* для ПА, T_{opt} для МВГ. Результаты сравнения приведены в таблице. Кроме указанных выше параметров, в таблице приведена погрешность лучшего (приближенного) решения, полученного с помощью ПА, относительно точного решения, полученного с помощью МВГ: $\varepsilon = (F^* - F_{\text{opt}})/F_{\text{opt}}$, %. Символ «>» означает, что было превышено допустимое время решения. При реализации ПА предел по числу итераций равнялся 5000.

Из результатов, представленных в таблице, можно сделать следующие выводы.

1. Влияние размерности задачи на время решения. Для задачи $N = 16$ оба метода находят решение практически мгновенно (МВГ быстрее). Уже при $N = 100$ T_{opt} – время счета МВГ – заметно возрастает и становится сравнимым с T^* – временем счета ПА (или $T_{\text{opt}} > T^*$), например, $N = 100$, $S = 5$, $\gamma = 0,70$: $T_{\text{opt}} = 28$ с, $T^* = 14$ с; $N = 100$, $S = 10$, $\gamma = 1,00$: $T_{\text{opt}} = 51$ с, $T^* = 15$ с; $N = 100$, $S = 25$, $\gamma = 0,70$: $T_{\text{opt}} = 147$ с, $T^* = 29$ с. При $N = 400$ МВГ стабильно не укладывается в 1200-секундный лимит. В противоположность этому, ПА во всех без исключения экспериментах завершал работу значительно быстрее этого временного порога, находя решение за время от полутора минут до ~ 16 мин (90–960 с), что демонстрирует его применимость в задачах большой размерности.

2. Отклонение от точного решения. При малых N ($N = 16$) ПА находит точное решение ($F^* = F_{\text{opt}}$). Для $N = 100$ ПА находит решения, незначительно уступающие точным. Отклонение F^* от F_{opt} варьируется в разумных пределах (1–13%), так как не превосходит погрешность в исходных данных для реальных объектов добычи. Хотя для крайних значений γ или большого числа скважин отклонение может достигать 24%.

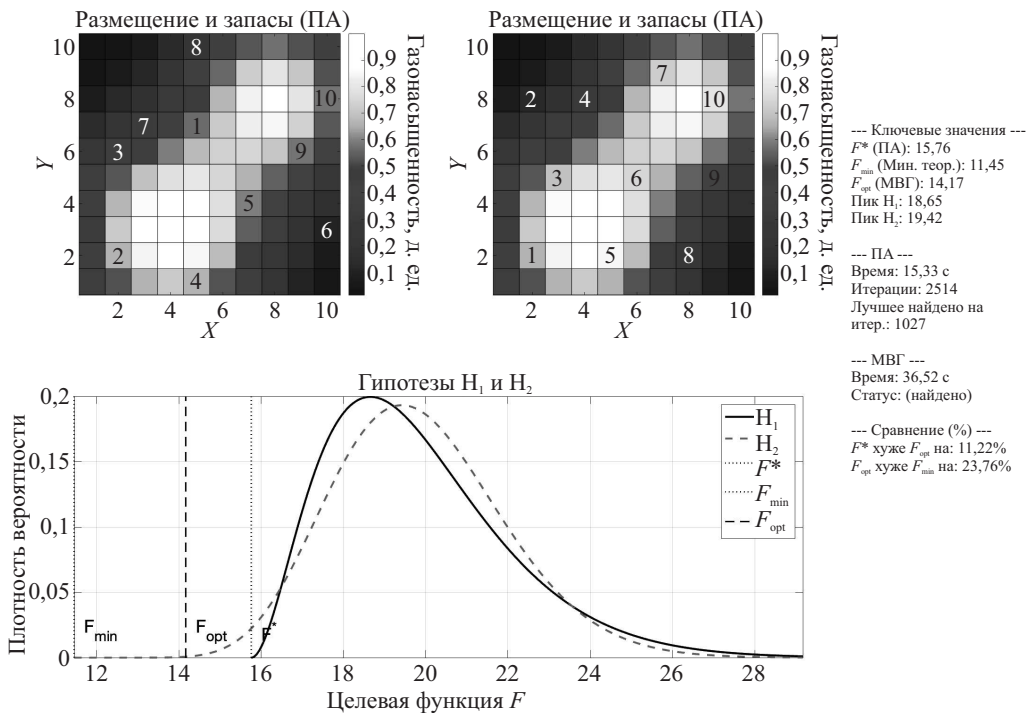
3. Влияние параметра γ . Крайние значения $\gamma = 0$ и $\gamma = 1$ упрощают задачу для МВГ, который находит решение быстро (для $N \leq 100$). В этих случаях ПА показывает худшую относительную производительность: часто достигает лимита итераций, а погрешность приближенного решения может быть выше, чем при промежуточных γ (0,3; 0,7). При $\gamma = 0$ или $\gamma = 1$ могут возникать близкие по качеству решения, затрудняющие работу ПА. Как уже выше было отмечено, при $\gamma = 0$ решение тривиально: скважины концентрируют-

Сравнение приближенного (ПА) и точного (МВГ) алгоритмов

N	S	γ	F^*	F_{opt}	F_{min}	T^*, c	T_{opt}, c	Кол-во итераций ПА	$\varepsilon, \%$
16	4	0,0	11,06	11,06	11,06	13,63	0,02	5000	0,00%
16	4	0,3	7,45	7,45	7,34	9,36	0,03	3562	0,00%
16	4	0,7	4,28	4,28	4,26	13,19	0,02	5000	0,00%
16	4	1,0	2,83	2,83	2,83	13,08	0,03	5000	0,00%
100	5	0,0	45,94	45,45	45,45	26,71	0,13	5000	1,08%
100	5	0,3	30,36	29,93	25,43	15,05	5,62	3203	1,44%
100	5	0,7	19,61	18,65	12,26	14,43	28,09	3102	5,15%
100	5	1,0	14,65	13,95	7,46	11,70	28,31	2743	5,02%
100	10	0,0	42,56	41,10	41,10	32,74	0,16	5000	3,55%
100	10	0,3	26,94	26,01	23,32	19,56	14,67	3151	3,58%
100	10	0,7	15,76	14,17	11,45	15,33	36,52	2514	11,22%
100	10	1,0	10,78	9,53	7,07	15,31	51,19	2728	13,12%
100	25	0,0	33,32	29,46	29,46	49,85	0,20	5000	13,10%
100	25	0,3	20,70	19,50	17,46	26,94	2,88	2943	6,15%
100	25	0,7	10,80	9,86	9,11	29,30	147,14	3217	9,53%
100	25	1,0	7,03	>	5,89	36,29	> 1200	3608	>
400	10	0,0	184,80	182,74	182,74	218,29	13,15	5000	1,13%
400	10	0,3	110,43	>	81,97	95,08	> 1200	2792	>
400	10	0,7	60,47	>	29,53	91,40	> 1200	2852	>
400	10	1,0	41,83	>	14,51	85,58	> 1200	2712	>
400	40	0,0	168,14	156,33	156,33	462,45	10,43	5000	7,55%
400	40	0,3	88,06	>	71,75	337,64	> 1200	3435	>
400	40	0,7	39,15	>	26,65	285,09	> 1200	3279	>
400	40	1,0	22,66	>	13,40	247,32	> 1200	2749	>
400	100	0,0	137,21	110,68	110,68	959,47	10,12	5000	23,97%
400	100	0,3	67,65	>	53,29	592,15	> 1200	2835	>
400	100	0,7	26,91	>	21,13	639,56	> 1200	3273	>
400	100	1,0	14,14	>	11,16	577,67	> 1200	2921	>

ся в зонах с максимальными запасами; при $\gamma = 1$ скважины располагаются максимально равномерно. Промежуточные γ (0,3; 0,7) создают более сложный ландшафт целевой функции, замедляя МВГ, но позволяя ПА демонстрировать свои преимущества в скорости при сохранении высокого качества решения.

4. Оценка числа итераций, необходимых для получения окончательного решения с помощью ПА. Остановка ПА происходит либо при достижении лимита итераций (5000), либо с принятием гипотезы $H_1(\delta_{n+1} \geq \alpha)$. Остановка алгоритма во многих случаях по условию $\delta_{n+1} \geq \alpha$ (верна гипотеза H_1) подтверждает его работоспособность.



Графики плотностей распределения значений целевой функции (15) для гипотез H_1 и H_2 при $N = 100, S = 10, \gamma = 0,7$.

На рисунке представлены плотности распределения случайной величины – целевой функции (15) при $N = 100, S = 10, \gamma = 0,7$, соответствующие гипотезам H_1 (сплошная кривая) и H_2 (пунктирная кривая). На основании гистограммы, построенной с использованием реализаций этой случайной величины, в качестве закона распределения было выбрано β -распределение.

4. Заключение

Предложенный алгоритм целесообразно использовать в задачах целочисленного программирования, в которых процесс формирования допустимых решений не является затруднительным с вычислительной точки зрения. Примером такой задачи является рассмотренная в данной статье модель оптимального размещения скважин на залежах нефти и газа.

Формирование схем расстановки нефтяных и газовых скважин относится к основным задачам проектирования процессов разработки месторождений углеводородов. Применение алгоритма для ее решения позволяет сократить время на формирование и выбор приемлемых вариантов разработки залежи, из которых выбирается окончательный вариант, подлежащий реализации. Важно отметить, что положительные качества алгоритма проявляются именно при решении задач большой размерности, что является характерным при проектировании разработки реальных объектов добычи нефти и газа.

Существенная неопределенность в значениях исходных параметров делает вполне оправданным применение приближенных методов оптимизации. Алгоритм стабильно находит решения, близкие к оптимальным, затрачивая на это существенно меньше времени, чем точные методы. Эта разница в производительности особенно заметна на масштабных задачах, где метод ветвей и границ регулярно достигал 1200-секундного лимита, в то время как предложенный алгоритм всегда оставался далек от этого порога.

Результаты вычислительных экспериментов показали работоспособность предложенного алгоритма управляемого случайного поиска, в основу которого положено отношение правдоподобия, реализованное в виде последовательного критерия отношения вероятностей.

Сокращение перебора допустимых решений достигается не только за счет введения ненулевых вероятностей ложного вывода, но и за счет использования всей информации, содержащейся в законах распределения случайной величины, реализации которой представляют собой значения целевой функции задачи оптимизации.

Поскольку любую задачу линейного дискретного программирования, в которой каждая искомая переменная принимает целые значения из некоторого конечного множества, например $\{0, 1, 2, \dots, l\}$, где $l < \infty$, можно свести к эквивалентной модели линейного булева программирования, то предложенный алгоритм управляемого случайного поиска можно распространить и на решение дискретных задач оптимизации более общего вида.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Финкельштейн Ю.Ю.* Приближенные методы и прикладные задачи дискретного программирования. М.: Наука, 1976. 264 с.
2. *Сигал И.Х., Иванова А.П.* Введение в прикладное дискретное программирование: модели и вычислительные алгоритмы. М.: Физматлит, 2003. 240 с.
3. *Хачатуров В.Р., Веселовский В.Е., Зотов А.В. и др.* Комбинаторные методы и алгоритмы решения задач дискретной оптимизации большой размерности. М.: Наука, 2000. 360 с.
4. *Фу К.* Последовательные методы в распознавании образов и обучении машин. М.: Наука, 1971. 256 с.
5. *Крамер Г.* Математические методы статистики. М.: Мир, 1975. 648 с.
6. *AlQahtani G.D., Vadapalli R., Siddiqui S., Bhattacharya S.* Well Optimization Strategies in Conventional Reservoirs. 2012, SPE 160861.
7. *Латинов А.Р.* Анализ моделей и методов оптимального размещения скважин на залежах нефти и газа // Автоматизация и информатизация ТЭК. 2025. № 6 (623). С. 50–57.
8. *Каневская Р.Д.* Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003. 128 с.

9. *Ермолаев А.И., Ибрагимов И.И.* Модели рационального размещения скважин при разработке газовых и газоконденсатных месторождений // Труды Института проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН. 2006. Т. XXVII. С. 118–123.
10. *Ermolaev A.I., Kuvichko A.M.* NPS-Based Optimal Well Placement // Proceedings of the EAGE Conference (ECMOR XIII), Biarritz, France, 10–13 September 2012.
11. *Корбут А.А., Финкельштейн Ю.Ю.* Дискретное программирование. М.: Наука, 1969. 368 с.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Галяевым.

Поступила в редакцию 08.07.2025

После доработки 30.10.2025

Принята к публикации 20.11.2025