Автоматика и телемеханика, № 7, 2025

Управление в технических системах

© 2025 г. Д.В. ШТАКИН (shtakin@iacp.dvo.ru), A.A. ПЛОТНИКОВ (plotnikov_aa@iacp.dvo.ru), O.Ю. СНЕГИРЕВ, канд. техн. наук (snegirevoleg@iacp.dvo.ru), A.Ю. ТОРГАШОВ, д-р техн. наук (torgashov@iacp.dvo.ru) (Институт автоматики и процессов управления ДВО РАН, Владивосток)

ПОСТРОЕНИЕ ВИРТУАЛЬНОГО АНАЛИЗАТОРА С НЕСКОЛЬКИМИ ВЫХОДАМИ НА ОСНОВЕ ПРЕДИКТОРА ОШИБОК ДЛЯ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ЦЕЛЕВОГО ПРОДУКТА СЛОЖНОЙ РЕКТИФИКАЦИОННОЙ КОЛОННЫ¹

Рассматривается задача повышения точности виртуального анализатора (ВА) с несколькими выходными переменными. Показано, что введение предиктора векторного временного ряда ошибок обеспечивает учет динамической взаимозависимости компонент процесса и позволяет повысить точность ВА. Построение предиктора ошибок с несколькими выходами выполняется с использованием векторных авторегрессионных моделей и набора моделей авторегрессии с распределенным лагом, оптимальные структуры и параметры которых находятся численными методами. Проведено сравнение предложенного подхода к построению многомерного ВА с традиционными методами, основанными на последовательном построении одномерных по выходу ВА в системе управления показателями качества целевого продукта (легкой дизельной фракции) промышленной сложной ректификационной колонны. Эффективность предложенного подхода также продемонстрирована для класса адаптивных ВА.

Ключевые слова: виртуальный анализатор с несколькими выходами, предиктор ошибок с несколькими выходами, векторная авторегрессионная модель, авторегрессионная модель с распределенным лагом, адаптация, сложная ректификационная колонна.

DOI: 10.31857/S0005231025070039, EDN: JRKVGS

1. Введение

Виртуальные анализаторы (ВА) являются ключевым элементом современных систем управления технологическими процессами, отвечающим за обратную связь по качеству выходной продукции [1]. В нефтепереработке и нефтехимии одним из основных и энергоемких непрерывных технологических процессов является ректификация. В промышленных ректификационных колоннах происходит разделение исходного сырья на различные фракции нефтепродуктов. Как правило, разделение осуществляется в сложных колоннах,

¹ Работа выполнена в рамках государственного задания ИАПУ ДВО РАН по теме № FWFW-2021-0003 (метод построения многомерного ВА с предиктором ошибок) и теме № FWFW-2025-0002 (реализация предложенного метода и апробация на экспериментальных данных).

которые характеризуются наличием нескольких промежуточных циркуляционных орошений и отбором различных продуктов. Выделяют целевой или наиболее ценный продукт, стабилизация качества которого обеспечивает достижение значительного экономического эффекта для производства. Важными показателями качества целевого пролукта, например легкой дизельной фракции технологической установки гидрокрекинга, являются ключевые точки фракционного состава (температуры начала кипения, 10, 50, 90, 95%), которые определяются с частотой 1–2 раза в сутки в заводской лаборатории, что недостаточно для решения задач оптимального управления в режиме реального времени. Поэтому внедрение ВА прежде всего обеспечивает оценку показателей качества получаемых продуктов на каждом такте управления. В состав ВА, как правило, входят статистические модели, которые связывают труднодоступные измеряемые показатели качества (выходные переменные) с легкодоступными измерениями (входными переменными) значений технологических параметров (температуры, давление, расходы потоков и др.). Эффективность управления технологическим процессом во многом зависит от точности моделей в составе ВА. В связи с этим задача повышения точности ВА является актуальной и напрямую связана с повышением эффективности управления производственными процессами [2, 3]. Можно отметить, что задачи определения зависимостей между показателями качества продуктов ректификационных колонн и набором входных переменных довольно широко исследуются для случая с одной выходной переменной [4–8]. Распространение также получили методы построения ВА на основе нейронных сетей. Работа [9] посвящена разработке динамического ВА на основе сверточной нейронной сети, учитывающей изменение характеристик анализируемого процесса во времени. Известно применение методов глубокого обучения [10] для построения ВА. Работа [11] посвящена методу обучения нейронной сети, совмещающего методы обратного распространения ошибки и частичных наименьших квадратов. Ключевым преимуществом нейросетевых методов является возможность аппроксимации нелинейных зависимостей с высокой точностью на обучающей выборке, но в то же время на тестовой выборке могут наблюдаться существенные ошибки.

Следует отметить актуальность задачи построения многомерных ВА (MBA). В сравнении с традиционными одномерными моделями многомерный регрессионный анализ лучше объясняет зависимость между оцениваемыми переменными и входными данными за счет учета коррелированности выходных переменных при рассмотрении сложных взаимосвязей между входными и выходными данными [12]. Задача построения MBA может решаться разработкой новых методов и моделей, как в работе [13], где описан метод построения многомерных ВА на основе многомерной цепи деревьев. Сущность этого метода заключается в построении ансамбля деревьев, оценивающих несколько выходных переменных. Также для построения MBA могут усовершенствоваться уже существующие методы; так, в [14] представлена модификация метода наименьших квадратов для машины опорных векторов (англ. LS-SVM, Least Squares Support Vector Machine) для построения моделей с несколькими выходами и учета нелинейной взаимосвязи между различными выходными данными, а также предложен метод обучения такой модели.

Широко распространенным классом методов повышения точности ВА нестационарных объектов являются методы разработки адаптивных ВА. Известна работа [15], посвященная разработке ансамблевого адаптивного ВА на основе нескольких моделей гауссовских процессов. В [16] рассмотрены вопросы комбинирования нескольких механизмов адаптации для достижения наилучшей точности ВА. Не менее распространены методы построения адаптивных ВА на основе подхода «точно-в-срок» (JIT, англ. Just-In-Time) [17]. Наиболее важным достоинством методов построения адаптивных ВА является возможность учета развития процесса во времени не только на уровне обновления параметров модели, но и на уровне обновления структуры модели, что показано в работах [18, 19], посвященных ВА на основе подхода JIT, совмещенного с отбором входных переменных ВА в онлайн режиме. Следует отметить, что эффективность подхода JIT тем ниже, чем меньше данных в обучающей выборке, что является существенным ограничением в реальных условиях и не позволяет использовать данный подход для построения МВА в условиях значительных пропусков данных в обучающей выборке или при наличии малой обучающей выборки.

Существует класс методов повышения точности ВА посредством обновления свободного члена (ОСЧ) регрессионной модели. В [20] описана стратегия обновления свободного члена регрессионной модели, основанная на байесовском подходе, учитывающая среднее значение и стандартное отклонение ошибки ВА. Известна стратегия взвешенного ОСЧ регрессионной модели, рассматриваемая в [21]. Данная стратегия основана на учете предыдущих значений свободного члена регрессионной модели.

Общий недостаток рассмотренных выше методов и подходов – отсутствие учета взаимовлияния между оцениваемыми показателями качества, что в некоторых случаях может иметь существенное значение. Существует ряд работ, рассматривающих задачу ОСЧ как задачу прогноза ошибки ВА, что позволяет учитывать динамическое влияние ошибки на точность ВА. Например, в [22] стратегия ОСЧ регрессионной модели MBA рассматривается как задача прогноза ошибки ВА при помощи модели авторегрессии – скользящего среднего. Работа [23] посвящена построению прогнозирующего фильтра для адаптивного ВА. Следует отметить, что в [19–22] не учитывается взаимное влияние коррелированных ошибок ВА. В [24] решается задача прогноза вектора кросс-коррелированных ошибок ВА при помощи аналитических методов, но выбор порядка модели предиктора по формам авто- и кросс-спектров не позволяет реализовать структурную адаптацию предиктора в онлайн режиме на каждом такте дискретного времени, а также повышается сложность разработки ВА для случая *n*-мерного выхода. В данной работе предлагается метод построения MBA с предиктором, отличающийся учетом взаимозависимости ошибок при помощи векторных авторегрессионных (ВАР) моделей [25] или моделей авторегрессии с распределенным лагом (АРРЛ) [26], построенных с использованием численных методов, что позволяет реализовать как структурную, так и параметрическую адаптацию предиктора ошибки ВА в каждый дискретный момент времени в замкнутом контуре системы управления показателями качества целевого продукта непрерывного технологического процесса.

2. Объект исследования и постановка задачи

Объектом исследования является сложная ректификационная колонна технологической установки гидрокрекинга для разделения подаваемого сырья на следующие продукты: бензиновая фракция (БФ), керосиновая фракция (КФ), легкая дизельная фракция (ЛДФ), тяжелая дизельная фракция (ТДФ), остаток гидрокрекинга (ОГ). ЛДФ в дальнейшем используется в качестве компонента дизельного топлива арктического (ДТА). На рис. 1 приве-



Рис. 1. Схема технологического объекта и системы управления.

дена схема технологического процесса ректификации и системы управления с регулятором на основе прогнозирующей модели (ПМ) по фракционному составу ЛДФ. Приняты следующие условные обозначения: К1 – сложная ректификационная колонна; К2 – отпарная колонна керосиновой фракции; КЗ – отпарная колонна дизельной фракции: К4 – отпарная колонна тяжелой дизельной фракции: TO1 – конденсатор паров бензиновой фракции: TO2 – ребойлер колонны K2, TO3 – ребойлер колонны K3, TO4 – охладитель верхнего циркуляционного орошения; ТО5 – охладитель нижнего циркуляционного орошения; КЛ1-1 – клапан на байпасе ТО1; КЛ2-1 – клапан на выходе ТО2; КЛ2-2 – клапан на байпасе TO2; КЛ2-3 – клапан на линии потока КФ на смешение с ЛДФ; КЛ3-1 – клапан на выходе ТОЗ; КЛ3-2 – клапан на байпасе ТОЗ; КЛЗ-3 – клапан на линии потока ЛДФ на смешение с КФ. В табл. 1 представлен фрагмент матрицы коэффициентов усиления технологического объекта. В табл. 2 представлены используемые в промышленных условиях входные переменные ВА фракционного состава (ΦC) ЛД Φ : ΦC температура начала кипения (ТНК), 10%, 50%, 95%.

Рассматривается задача оценки параметров MBA и построение модели предиктора коррелированных ошибок BA. В общем виде модель MBA с предиктором коррелированных ошибок (MBA ПКО) имеет следующий вид:

(1)
$$\hat{Y}_t^* = K X_t + \tilde{b} + \Phi E_t^{past},$$

где
$$\hat{Y}_{t}^{*} = \begin{pmatrix} \hat{y}_{1,t}^{*} & \dots & \hat{y}_{j,t}^{*} & \dots & \hat{y}_{N,t}^{*} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
 – вектор оцениваемых значений показа-
телей качества; $K = \begin{pmatrix} k_{1,1} & \dots & k_{1,j} & \dots & k_{1,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{h,1} & \dots & k_{h,j} & \dots & k_{h,m} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{N,1} & \dots & k_{N,j} & \dots & k_{N,m} \end{pmatrix}$ – матрица коэффициен-

тов модели MBA; $\mathbf{X}_t = \begin{pmatrix} x_{1,t} & \dots & x_{j,t} & \dots & x_{m,t} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор входных переменных MBA; $\tilde{\mathbf{b}} = \begin{pmatrix} b_1 & \dots & b_h & \dots & b_N \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор свободных членов модели MBA; m – число входных переменных MBA; N – число выходных переменных MBA; M – число выходных переменных MBA; $\Phi = \begin{pmatrix} \phi_{1,1|1} & \dots & \phi_{1,1|\alpha} & \dots & \phi_{1,N|1} & \dots & \phi_{1,N|\alpha} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \dots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N,1|1} & \dots & \phi_{N,1|\alpha} & \dots & \phi_{N,N|1} & \dots & \phi_{N,N|\alpha} \end{pmatrix}$

матрица коэффициентов предиктора коррелированных ошибок MBA; $\phi_{i,j|\alpha} - \alpha$ -й коэффициент предиктора коррелированных ошибок MBA для учета влияния между *j*-й и *i*-й компонентами многомерного ряда ошибок; $E_t^{past} = (e_{1,t-1} \dots e_{1,t-\alpha} \dots e_{N,t-1} \dots e_{N,t-\alpha})^{\mathrm{T}}$ – входной вектор предиктора ошибок; α – порядок предиктора ошибок; $e_{i,t} = y_{i,t} - (b_i + [K]_i \mathbf{X}_t)$ – ошибка оценки MBA *i*-го показателя качества в момент времени *t*; $[\cdot]_i$ – *i*-я строка матрицы.

MBA с предиктором коррелированных ошибок с предварительным «выбеливанием» (т.е. с пропусканием через фильтр, выравнивающий спектральную

BA	ТС232 (темп. верха К1)	ТС203 (темп. в К2)	ТС204 (темп. в К3)	FC117 (расход КФ на смешение с ЛДФ)	FC188 (расход ЛДФ на смешение с КФ)
$\Phi C THK$	2,2	2,4	2,7	0,5	
$\Phi C \ 10\%$	1,1	1,2	2,3	$0,\!35$	
$\Phi C 50\%$				0,2	1,2
$\Phi C 90\%$					1,7

Таблица 1. Фрагмент матрицы коэффициентов усиления технологического объекта

Таблица 2. Описание измеряемых переменных технологического объекта

N⁰	Обозначение	Описание	Ед.изм.
1	P131	Давление верха К1	МПа
2	P124	Давление низа К1	МПа
3	FC105	Расход острого орошения К1	M^3/H
4	FC106	Расход ВЦО К1	M^3/H
5	FC107	Расход НЦО К1	M^3/H
6	FC116	Расход керосиновой фракции с установки	M^3/H
7	FC117	Расход керосиновой фракции на смешение с ЛДФ	M^3/H
8	FC188	Расход легкой дизельной фракции на смешение КФ	$_{\rm M}^3/{ m q}$
9	TC232	Температура верха К1	°C
10	T233	Температура возврата верхнего продукта K2 в K1	°C
11	T234	Температура возврата верхнего продукта K3 в K1	°C
12	T235	Температура возврата верхнего продукта К4 в К1	°C
13	T238	Температура бокового потока из К1 в К2	°C
14	T239	Температура бокового потока из К1 в К3	°C
15	T240	Температура бокового потока из К1 в К4	°C
16	T242	Температура в зоне над вводом сырья в К1	°C
17	T247	Температура на выходе из TO2 в K2	°C
18	T248	Температура на выходе из K2 в TO2	°C
19	T253	Температура на выходе из ТОЗ в КЗ	°C
20	T254	Температура на выходе из K3 в TO3	°C
21	TC275	Температура возврата НЦО в К1	°C
22	TC279	Температура возврата ВЦО в К1	°C
23	FY098	Задание по расходу сырья в К1	${ m M}^3/{ m P}$

плотность) ряда ошибок при помощи АР модели (MBA ПКОВ) описывается выражением:

(2)
$$\hat{Y}_t^{**} = K X_t + \tilde{b} + W E_t^{past} + \tilde{\Phi} V_t^{past},$$

где
$$\boldsymbol{E}_{t}^{past} = \begin{pmatrix} e_{1,t-1} & \dots & e_{1,t-q} & \dots & e_{N,t-1} & \dots & e_{N,t-q} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$$
 – вектор ошибки модели
MBA; $W = \begin{pmatrix} w_{1,1|1} & \dots & w_{1,1|q} & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & w_{2,2|1} & \dots & w_{2,2|q} & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & w_{N,N|1} & \dots & w_{N,N|q} \end{pmatrix}$ –

 $\begin{pmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & w_{N,N|1} & \dots & w_{N,N|q} \end{pmatrix}$ матрица коэффициентов выбеливающего предиктора порядка q; $w_{i,j|q} - q$ -й коэффициент выбеливающего предиктора для учета влияния между j-й и i-й компонентами многомерного ряда ошибок; $\tilde{\Phi} = \begin{pmatrix} \tilde{\phi}_{1,1|1} & \dots & \tilde{\phi}_{1,1|\tilde{\alpha}} & \dots & \tilde{\phi}_{1,N|1} & \dots & \tilde{\phi}_{1,N|\tilde{\alpha}} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{\phi}_{N,1|1} & \dots & \tilde{\phi}_{N,1|\tilde{\alpha}} & \dots & \tilde{\phi}_{N,N|1} & \dots & \tilde{\phi}_{N,N|\tilde{\alpha}} \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов

предиктора коррелированных ошибок выбеливания порядка $\tilde{\alpha}$; $V_t^{past} = (v_{1,t-1} \dots v_{1,t-\tilde{\alpha}} \dots v_{N,t-1} \dots v_{N,t-\tilde{\alpha}})^{\mathrm{T}}$ – входной вектор предиктора ошибок; $v_{i,t} = e_{i,t} - [W]_i E_t^{past}$ – ошибка выбеливания ошибок MBA *i*-го показателя качества.

Матрицы искомых параметров θ_1 для (1) и θ_2 для (2) имеют следующий вид:

(3)
$$\theta_1 = \begin{pmatrix} K & \tilde{\boldsymbol{b}} & \Phi \end{pmatrix},$$

(4)
$$\theta_2 = \begin{pmatrix} K & \tilde{\boldsymbol{b}} & W & \tilde{\Phi} \end{pmatrix}.$$

Определение оценок неизвестных параметров θ_z (z = 1, 2) осуществляется путем решения оптимизационной задачи при заданном функционале качества J:

(5)
$$\hat{\theta}_z = \operatorname*{argmin}_{\theta_z \in \mathbb{R}} J(\theta_z).$$

В качестве критерия J рассматривается средняя квадратичная ошибка MBA:

(6)
$$J = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \left| \mathbf{Y}_{i} - \hat{\mathbf{Y}}_{i} \left(\theta_{z} \right) \right| \right|^{2},$$

где Y_i и \hat{Y}_i – векторы измеренных и оцененных значений показателей качества целевого продукта соответственно; n – число наблюдений в выборке; $||\cdot||$ – евклидова норма.

3. Построение многомерного ВА

Схема предлагаемого MBA с предиктором в составе системы управления показана на рис. 2, где: MPC – регулятор на основе ПМ; G(U) – технологический объект; U – вектор управляющих воздействий; \hat{Y}_t – оценка ВА (без





Рис. 2. Структурная схема системы управления с MBA с предиктором коррелированных ошибок: a – без предварительного выбеливания; б – с предварительным выбеливанием.

учета предиктора ошибки); \boldsymbol{e}_t – вектор ошибок ВА; \boldsymbol{v}_t – вектор ошибок выбеливания; $\hat{\boldsymbol{e}}_t$ – прогноз ошибки; $\hat{\boldsymbol{v}}_t$ – прогноз ошибки выбеливания; B – оператор сдвига назад на один квант времени. Основное преимущество предлагаемого MBA заключается в учете динамического влияния коррелированных ошибок оценок показателей качества целевого продукта сложной ректификационной колонны. Следует отметить, что предлагаемый предиктор является надстройкой над любой моделью в составе MBA и может быть использован в комбинации с другими моделями, например нейросетевыми, формирующими базовую составляющую оценки выхода \hat{Y}_t .

В выражениях (1) и (2) первые два слагаемых ($KX_t + \tilde{b}$) представляют модель множественной линейной регрессии (МЛР), которая широко распространена в промышленных условиях [27].

Поиск решения оптимизационной задачи (5) состоит из нескольких этапов. На первом этапе происходит поиск первых двух блоков матрицы θ_z (\hat{K} и $\hat{\tilde{b}}$), отвечающих за модель в составе MBA:

(7)
$$\{\hat{K}, \hat{\tilde{\boldsymbol{b}}}\} = \operatorname*{argmin}_{K, \tilde{\boldsymbol{b}} \in \mathbb{R}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \left| \boldsymbol{Y}_{i} - \left(K \boldsymbol{X}_{i} + \tilde{\boldsymbol{b}} \right) \right| \right|^{2}.$$

На втором этапе осуществляется построение предиктора ошибок MBA, т.е. определяется третий блок матриц θ_z . На этом этапе для MBA ПКО происходит поиск $\hat{\Phi}$ с учетом кросс-корреляций ошибок MBA:

(8)
$$\hat{\Phi} = \operatorname*{argmin}_{\Phi \in \mathbb{R}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \left| \boldsymbol{e}_{i} - \Phi \boldsymbol{E}_{i}^{past} \right| \right|^{2}.$$

Для MBA ПКОВ находится \hat{W} , т.е. определяются параметры «выбеливающего» предиктора без учета кросс-корреляций ошибок MBA:

(9)
$$\hat{W} = \operatorname*{argmin}_{W \in \mathbb{R}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left\| \left| \boldsymbol{e}_{i} - W \boldsymbol{E}_{i}^{past} \right\| \right|^{2}.$$

В связи с тем, что на предыдущем этапе для MBA ПКОВ не учитывается взаимозависимость рядов ошибок, появляется необходимость третьего этапа, в ходе которого происходит поиск оптимальных параметров предиктора ошибок «выбеливания» $\hat{\Phi}$ с учетом их кросс-корреляции:

(10)
$$\hat{\tilde{\Phi}} = \underset{\tilde{\Phi} \in \mathbb{R}}{\operatorname{argmin}} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} \left| \left| \boldsymbol{v}_{i} - \tilde{\Phi} \boldsymbol{V}_{i}^{past} \right| \right|^{2}.$$

В качестве модели «выбеливающего» предиктора *W* могут быть использованы известные авторегрессионные (AP) модели. Как правило, AP модели с одним выходом позволяют значительно повысить точность BA, однако данный подход не лишен недостатков, а именно, не учитывается коррелированность ошибок BA взаимосвязанных показателей качества. Описанный в (1) MBA ПКО далее рассматривается для случая N = 2, а его параметры θ_1 найдены при помощи (7) и (8). В рамках данной работы ПКО для MBA реализован на основе следующей ВАР модели:

(11)
$$(\hat{e}_{1,t} \quad \hat{e}_{2,t})^{\mathrm{T}} = \Omega \boldsymbol{E}_t^{(q)},$$

где $\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{1,1|1} & \dots & \omega_{1,1|j} & \dots & \omega_{1,1|q} & \omega_{1,2|1} & \dots & \omega_{1,2|j} & \dots & \omega_{1,2|q} \\ \omega_{2,1|1} & \dots & \omega_{2,1|j} & \dots & \omega_{2,1|q} & \omega_{2,2|1} & \dots & \omega_{2,2|j} & \dots & \omega_{2,2|q} \end{pmatrix}$ – матрица коэффициентов ВАР модели;

 $E_t^{(q)} = \begin{pmatrix} e_{1,t-1} & \dots & e_{1,t-j} & \dots & e_{1,t-q} & e_{2,t-1} & \dots & e_{2,t-j} & \dots & e_{2,t-q} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – входной вектор ВАР модели: q – порядок ВАР модели.

Также в данной работе рассмотрен еще один способ реализации ПКО при помощи авторегрессионной модели с распределенным лагом (АРРЛ модели) [26] следующего вида:

(12)
$$\hat{e}_{1|t} = \boldsymbol{a}_1 E_{1|t}^{endo(1)} + \boldsymbol{l}_1 E_{2|t}^{exo(1)}, \quad \hat{e}_{2|t} = \boldsymbol{a}_1 E_{2|t}^{endo(2)} + \boldsymbol{l}_2 E_{1|t}^{exo(2)},$$

где $a_1 = (a_{1,1} \dots a_{1,j} \dots a_{1,A_1})$ и $a_2 = (a_{2,1} \dots a_{2,j} \dots a_{2,A_2})$ – коэффициенты регрессий эндогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; $l_1 = (l_{1,1} \dots l_{1,j} \dots l_{1,L_1})$ и $l_2 = (l_{2,1} \dots l_{2,j} \dots l_{2,L_2})$ – коэффициенты регрессий экзогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; $E_{1|t}^{endo(1)} = (e_{1,t-1} \dots e_{1,t-j} \dots e_{1,t-A_1})^{\mathrm{T}}$ и $E_{2|t}^{endo(2)} = (e_{2,t-1} \dots e_{2,t-j} \dots e_{2,t-A_2})^{\mathrm{T}}$ – входные векторы эндогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; $E_{2|t}^{exo(1)} = (e_{2,t-d_1} \dots e_{2,t-d_1-j} \dots e_{2,t-d_1-L_1+1})^{\mathrm{T}}$ и $E_{1|t}^{exo(2)} = (e_{1,t-d_2} \dots e_{1,t-d_2-j} \dots e_{1,t-d_2-L_2+1})^{\mathrm{T}}$ – входные векторы экзогенной составляющей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; d_1 и d_2 – запаздывания экзогенной составляющей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; L_1 и L_2 – порядки регрессий экзогенной составляющей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; d_1 и d_2 – запаздывания экзогенной составляющей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; L_1 и L_2 – порядки регрессий экзогенной составляющей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 ; d_1 и d_2 – запаздывания экзогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{e}_1 и \hat{e}_2 .

АРРЛ модель является более гибким инструментом учета коррелированности ошибок ВА в сравнении с ВАР моделью, так как позволяет задать различные порядки регрессии для эндогенных и экзогенных составляющих, а также значение запаздывания для экзогенной составляющей. Предлагаемый подход к построению MBA включает возможность предварительного выбеливания (2) ряда ошибок ВА (коррекция ошибки ВА при помощи АР модели) перед применением ВАР или АРРЛ моделей (MBA ПКОВ). Параметры MBA ПКОВ найдены при помощи (7), (9), (10). В этом случае ВАР и АРРЛ модели используют для прогноза не ошибок ВА, а ошибок выбеливания:

(13)
$$v_{1,t} = e_{1,t} - \hat{e}_{1,t}, \quad v_{2,t} = e_{2,t} - \hat{e}_{2,t}.$$

Поэтому ВАР (11) и АРРЛ (12) модели принимают вид (14) и (15) соответственно.

(14)
$$(\hat{v}_{1,t} \quad \hat{v}_{2,t})^{\mathrm{T}} = \Omega \boldsymbol{V}_{t}^{(q)}$$

где $V_t^{(q)} = (v_{1,t-1} \dots v_{1,t-j} \dots v_{1,t-q} v_{2,t-1} \dots v_{2,t-j} \dots v_{2,t-q})^{\mathrm{T}}$ – входной вектор ВАР модели.

(15)
$$\hat{v}_{1|t} = \boldsymbol{a}_1 V_{1|t}^{endo(1)} + \boldsymbol{l}_1 V_{2|t}^{exo(1)}, \quad \hat{e}_{2|t} = \boldsymbol{a}_2 V_{2|t}^{endo(2)} + \boldsymbol{l}_2 V_{1|t}^{exo(2)},$$

где $V_{1|t}^{endo(1)} = (v_{1,t-1} \dots v_{1,t-j} \dots v_{1,t-A_1})^{\mathrm{T}}$ и $V_{2|t}^{endo(2)} = (v_{2,t-1} \dots v_{2,t-j} \dots v_{2,t-A_2})^{\mathrm{T}}$ – входные векторы эндогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{v}_1 и \hat{v}_2 ;

$$V_{2|t}^{exo(1)} = (v_{2,t-d_1} \dots v_{2,t-d_1-j} \dots v_{2,t-d_1-L_1+1})^{\mathrm{T}}$$
 и
 $V_{1|t}^{exo(2)} = (v_{1,t-d_2} \dots v_{1,t-d_2-j} \dots v_{1,t-d_2-L_2+1})^{\mathrm{T}}$ – входные векторы эк-

зогенной составляющей моделей рядов ошибок \hat{v}_1 и \hat{v}_2 .

Как правило, порядок AP модели временного ряда определяется при помощи визуального анализа его коррелограммы или автоспектра. Несмотря на широкую распространенность данного подхода, в настоящей работе для определения порядка AP модели используется численный метод, основанный на анализе оценки частной автокорреляции $\hat{\psi}_k$, определяемой по уравнению Юла–Уолкера:

(16)
$$\hat{\Psi}^{(k)} = P_k^{-1} \rho^{(k)},$$

где k – задержка; $\hat{\Psi}^{(k)} = (\hat{\psi}_1 \dots \hat{\psi}_j \dots \hat{\psi}_k)^{\mathrm{T}}$ – вектор коэффициентов AP модели порядка k; $\rho^{(k)} = (r_1 \dots r_j \dots r_k)^{\mathrm{T}}$ – вектор оценок автокорреляции

до задержки k; $P_k = \begin{pmatrix} 1 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-1} \\ r_1 & 1 & r_1 & \dots & r_{k-2} \\ r_2 & r_1 & 1 & \dots & r_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{k-1} & r_{k-2} & r_{k-3} & \dots & 1 \end{pmatrix}$ – теплицева матрица на

основе вектора $\rho^{(k)}$. Уравнение (16) связывает значения коэффициентов авторегрессионной модели и значения оценки автокорреляции [28]. Применение численных методов позволяет автоматизировать процесс определения порядка AP модели и реализовать структурную адаптацию предиктора. Способ определения порядка AP модели на основе анализа оценки $\hat{\psi}_k$ заключается в следующем. Значение оценки частной автокорреляции на задержке k приравнивается нулю, если $|\hat{\psi}_k| < 2\hat{\sigma}_{\hat{\psi}_k}$, где $\hat{\sigma}_{\hat{\psi}_k}$ – стандартная ошибка оценок частной автокорреляции, определяемая как $\hat{\sigma}_{\hat{\psi}_k} = \frac{1}{n}$. Затем в качестве порядка p используется максимальное значение задержки k, для которой $\hat{\psi}_k \neq 0$.

Частная автокорреляция используется также и для определения порядка *q* ВАР модели. При помощи вышеописанного подхода определяются порядки авторегрессионных моделей для каждого ряда ошибок, включаемого в векторную модель, после чего в качестве порядка векторной модели *q* выбирается наименьший порядок из ранее полученных порядков авторегрессионных мо-

делей. Данный подход позволяет избежать включения в модель избыточных переменных.

Для определения значений A и L для АРРЛ модели можно использовать способ из [29], основанный на выявлении непостоянства знаков оценок параметров модели при усложнении структуры модели. Выполняется последовательное увеличение порядка модели до тех пор, пока соблюдается следующее условие:

(17)
$$\sum_{i=0}^{q-1} \operatorname{sgn} b_i^{(q-1)} \operatorname{sgn} b_i^{(q)} = q - 1,$$

где q – порядок модели: $\hat{x}_{t+1} = b_0^{(q)} x_t + b_1^{(q)} x_{t-1} + \ldots + b_q^{(q)} x_{t-q} = \sum_{i=0}^q b_i^{(q)} x_{t-i}$. Аналогичным способом определяются порядки A и L АРРЛ модели. Представленные выше способы определения порядков АР, ВАР и АРРЛ моделей используются для реализации структурной адаптации предикторов ошибок в онлайн режиме, т.е. на каждом такте дискретного времени.

Определение коэффициентов АР модели осуществляется с использованием уравнения Юла–Уолкера:

(18)
$$\mathbf{W}_{YW} = P_{\tau}^{-1} \rho^{(\tau)},$$

где $\mathbf{W}_{YW} = \begin{pmatrix} w_1 & \dots & w_j & \dots & w_p \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор коэффициентов АР модели порядка $p; \rho^{(\tau)} = \begin{pmatrix} r_1 & \dots & r_j & \dots & r_{\tau} \end{pmatrix}^{\mathrm{T}}$ – вектор оценок автокорреляции до задержки $\tau = p; P_{\tau}$ – теплицева матрица на основе вектора $\rho^{(\tau)}$ определяется, как и в случае (16). Задачи (8), (10) для нахождения параметров ВАР и АРРЛ моделей решаются методом наименьших квадратов.

4. Апробация предложенного метода на экспериментальных данных и обсуждение результатов

Тестирование предлагаемого подхода к построению MBA с предиктором выполнено следующим образом. Для реализации предикторов ошибки, учитывающих коррелированность ошибок, BA фракционного состава рассматриваются попарно: первая пара – ФС ТНК, ФС 10%; вторая пара – ФС 50%, ФС 95%. На рис. 3, 4 показано наличие динамической взаимосвязи между выбранными парами временных рядов ошибок BA с помощью сглаженных выборочных оценок [30] квадрата спектра когерентности:

(19)
$$\overline{\mathbf{K}}_{12}^2(\lambda) = \frac{\overline{A}_{12}^2(\lambda)}{\overline{C}_{11}(\lambda)\overline{C}_{22}(\lambda)}, \quad 0 \leq \lambda \leq F,$$

где $\overline{A}_{12}(\lambda) = \sqrt{\overline{L}_{12}^2(\lambda) + \overline{Q}_{12}^2(\lambda)}, \ 0 < \lambda < F$ – сглаженная выборочная оценка взаимного амплитудного спектра;

 $\overline{L}_{12}(\lambda) = 2\left(\tilde{l}_{12}(0) + 2\sum_{\kappa=1}^{L-1} \tilde{l}_{12}(\kappa) \beta(\kappa) \cos \frac{\pi \kappa \lambda}{F}\right), \ 0 \leq \lambda \leq F$ – сглаженная выборочная оценка коспектра;



Рис. 3. Сглаженная выборочная оценка квадрата спектра когерентности ошибок ВА ФС ТНК и ФС 10% на обучающей выборке.



Рис. 4. Сглаженная выборочная оценка квадрата спектра когерентности ошибок ВА $\Phi C~50\%$ и $\Phi C~95\%$ на обучающей выборке.

 $\overline{Q}_{12}(\lambda) = 4 \sum_{\kappa=1}^{L-1} \tilde{q}_{12}(\kappa) \beta(\kappa) \sin \frac{\pi \kappa \lambda}{F}, \ 1 \leqslant \lambda \leqslant F - 1$ – сглаженная выборочная оценка квадратурного спектра;

 $\tilde{l}_{12}(\kappa) = 0,5(c_{12}(\kappa) + c_{12}(-\kappa)), \ 0 \le \kappa \le L - 1$ – четная часть выборочной взаимной ковариационной функции;

 $\tilde{q}_{12}(\kappa) = 0.5 (c_{12}(\kappa) - c_{12}(-\kappa)), \ 0 \leq \kappa \leq L - 1$ – нечетная часть выборочной взаимной ковариационной функции;

$$c_{12}(\kappa) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-\kappa} (e_{1,t} - \overline{e}_1)(e_{2,t+\kappa} - \overline{e}_2), \ c_{12}(-\kappa) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-\kappa} (e_{1,t+\kappa} - \overline{e}_1)(e_{2,t} - \overline{e}_2),$$

 $0 \leqslant \kappa \leqslant L-1$ – выборочная
оценка взаимной ковариационной функции;

$$\overline{C}_{11}(\lambda) = 2\left(c_{11}(0) + 2\sum_{\kappa=1}^{L-1} c_{11}(\kappa) \beta(\kappa) \cos \frac{\pi \kappa \lambda}{F}\right), \ 0 \leq \lambda \leq F - \text{сглаженная}$$
 иборочная сцектральная оценка:

выборочная спектральная оценка;

$$\beta(\kappa) = \begin{cases} 1 - \frac{|\kappa|}{M}, & |\kappa| \leq M\\ 0, & |\kappa| > M \end{cases}$$
- сглаживающее окно Бартлетта;
$$c_{11}(\kappa) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-\kappa} (e_{1,t} - \overline{e}_1) (e_{1,t+\kappa} - \overline{e}_1), \ 0 \leq \kappa \leq L - 1$$
- выборочная оценка

автоковариационной функции:

$$\overline{e}_1 = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n e_{1,t}$$
 – среднее значение ошибки ВА;

L – число запаздываний ковариационных функций, используемых в расчете;

F – максимальная частота для расчета спектральных оценок;

оценки $\overline{C}_{22}(\lambda)$ и $c_{22}(\kappa)$ рассчитываются аналогично $\overline{C}_{11}(\lambda)$ и $c_{11}(\kappa)$.

Значения амплитуды квадрата спектра когерентности, представленного на рис. 3, более 0,6 в низкочастотной области и свидетельствуют о наличии тесной взаимосвязи ошибок ВА ФС ТНК и ФС 10% и малой автокорреляции рядов ошибок данных показателей. График, приведенный на рис. 4, отражает наличие взаимосвязи ошибок ВА ФС 50% и ФС 95%, но в низкочастотной области имеется значительная автокорреляция ошибок ВА по одному из показателей, что выражается в малом значении амплитуды сглаженной выборочной оценки квадрата спектра когерентности в окрестности значения 0,15.

Сравнение предлагаемого MBA проводится с предиктором ошибок на основе AP модели (не учитывающей коррелированность ошибок BA) и широко распространенной в промышленности процедурой ОСЧ модели МЛР в составе BA. Предлагаемый подход реализован для адаптивных (ABA) и неадаптивных BA. Адаптация реализована в рамках метода скользящего окна (CO). Также реализованы варианты предикторов ошибок со структурной адаптацией (CA) и параметрической адаптацией (ПА). Под параметрической адаптацией понимается повторный расчет, на сместившемся CO, параметров предикторов без изменения их порядка, определяемого методами, описанными в предыдущем разделе на первой итерации CO. Под структурной адаптацией понимается расчет параметров предикторов с определением их порядка при каждом смещении скользящего окна. Имеющаяся общая выборка содержит 1382 наблюдений. Она разделена на обучающую выборку (OB), содержащую 967 наблюдений, и тестовую выборку (TB), содержащую 415 наблюдений. Для адаптивных ВА и предикторов размер ДО совпадает с размером OB неадаптивных ВА.

В табл. 3, 4 представлены результаты тестирования для неадаптивных и адаптивных ВА соответственно. В качестве критериев точности для *j*-го показателя качества (j = 1, ..., N) использовались коэффициент детерминации R_j^2 и средняя абсолютная ошибка САО_j:

(20)
$$R_j^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_{j,i} - \hat{y}_{j,i})^2}{\sum_{i=1}^n (y_{j,i} - \overline{y}_j)^2},$$

(21)
$$CAO_{j} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |y_{j,i} - \hat{y}_{j,i}|,$$

где $y_{j,i}$ – значение лабораторного анализа *j*-го показателя качества; $\hat{y}_{j,i}$ – оцененное значение *j*-го показателя качества; $\overline{y}_j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_{j,i}$.

Тип ВА	Пара с коррелированными ошибками				Пара с коррелированными ошибками			
	$\Phi C THK$		$\Phi C \ 10\%$		$\Phi C 50\%$		$\Phi C 95\%$	
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO
Используемые подходы в промышленности								
ВА МЛР	$0,\!250$	$13,\!590$	0,506	$10,\!177$	0,824	4,735	0,274	7,302
ВА ОСЧ	0,667	9,023	0,776	6,808	0,905	3,293	0,601	$5,\!105$
Предлагаемый	метод	в сравне	ении с .	АР моде	елью (б	ез адаг	тации)	
BA AP	0,872	$5,\!108$	$0,\!851$	4,974	0,928	2,606	$0,\!375$	6,418
ВА АРРЛ	0,868	$5,\!180$	0,909	3,731	0,927	2,679	0,707	4,047
BA BAP	0,868	5,184	0,909	3,732	0,928	2,678	0,707	4,048
ВА АР АРРЛ	0,873	5,063	0,839	5,166	0,928	2,606	$0,\!397$	$6,\!298$
BA AP BAP	0,872	$5,\!108$	$0,\!851$	4,975	0,928	2,607	$0,\!375$	6,416
Предлагаемый метод	в сравн	ении с А	АР мод	елью (п	арамет	рическ	ая адаі	тация)
ВА АР ПА	0,887	4,558	0,829	$5,\!373$	0,933	2,443	0,372	6,378
ВА АРРЛ ПА	0,883	4,654	0,914	3,510	0,933	2,473	0,715	3,910
ВА ВАР ПА	0,883	4,647	0,914	$3,\!507$	0,933	2,472	0,715	3,909
ВА АРПА АРРЛ ПА	0,888	4,522	0,819	$5,\!552$	0,933	2,450	$0,\!395$	6,269
ВА АРПА ВАР ПА	0,887	4,551	0,829	$5,\!375$	0,933	2,441	0,373	$6,\!375$
Предлагаемый мето	д в сра	внении	с АР м	оделью	(струк	турная	адапта	ация)
BA AP CA	0,885	4,652	0,828	5,366	0,933	2,479	0,372	6,378
ВА АРРЛ СА	0,883	4,654	0,914	3,510	0,933	2,473	0,715	3,910
BA BAP CA	0,883	4,607	0,914	3,485	0,933	2,472	0,715	3,909
ВА АРСА АРРЛ СА	0,887	4,565	0,817	$5,\!592$	0,932	2,469	0,395	6,274
BA APCA BAP CA	0,885	4,645	0,828	5,369	0,933	2,478	0,373	6,375

Таблица 3. Результаты тестирования неадаптивных ВА

T D 4	Пара с коррелированными ошибками				Пара с коррелированными ошибками			
	ΦС ТНК		ФС 10%		$\Phi C 50\%$		$\Phi C 95\%$	
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO
Испол	њзуемь	зуемые подходы в промышленности						
АВА МЛР	$0,\!549$	$10,\!642$	$0,\!659$	8,522	0,892	3,401	0,494	$5,\!579$
АВА ОСЧ	0,771	$7,\!504$	0,828	5,899	0,930	2,566	$0,\!677$	$4,\!251$
Предлагаемый м	етод в	сравнен	ии с А	Р модел	ью (бе	ез адап	тации)	
ABA AP	0,877	4,904	$0,\!885$	4,131	$0,\!938$	$2,\!279$	$0,\!545$	5,328
АВА АРРЛ	0,877	4,935	0,912	3,694	0,939	2,268	0,729	3,657
ABA BAP	$0,\!877$	$4,\!938$	$0,\!912$	$3,\!694$	$0,\!939$	2,267	0,729	$3,\!659$
АВА АР АРРЛ	0,879	4,861	$0,\!877$	4,268	$0,\!938$	$2,\!272$	0,560	$5,\!225$
ABA AP BAP	0,877	4,905	$0,\!885$	4,131	$0,\!938$	2,280	$0,\!546$	$5,\!325$
Предлагаемый метод в	сравнении с АР моделью (параметрическая адаптация)							тация)
АВА АР ПА	0,879	$4,\!857$	$0,\!885$	$4,\!137$	0,939	$2,\!247$	$0,\!545$	$5,\!334$
АВА АРРЛ ПА	0,879	4,886	0,913	3,671	0,939	2,248	0,728	$3,\!661$
АВА ВАР ПА	0,879	4,883	0,913	3,669	0,939	2,248	0,728	3,660
АВА АР ПА АРРЛ ПА	0,880	4,810	$0,\!877$	4,286	$0,\!938$	2,245	$0,\!561$	$5,\!217$
АВА АР ПА ВАР ПА	0,879	4,854	$0,\!885$	$4,\!137$	0,939	2,246	$0,\!545$	$5,\!332$
Предлагаемый метод	в срав	нении с	АР мод	целью ((структурная адаптация)			
ABA AP CA	0,876	4,932	$0,\!885$	$4,\!175$	0,938	2,247	$0,\!545$	$5,\!330$
АВА АРРЛ СА	0,879	4,886	0,913	3,671	0,939	2,248	0,728	$3,\!661$
ABA BAP CA	0,882	4,802	0,915	3,647	0,939	2,248	0,728	3,660
АВА АР СА АРРЛ СА	0,878	4,849	0,876	4,347	0,939	2,249	0,561	5,219
ABA AP CA BAP CA	0,876	4,929	0,885	4,176	0,939	2,246	0,545	5,329

Таблица 4. Результаты тестирования адаптивных ВА

Следует отметить, что параметры моделей находились по критерию (6). Критерии (20) и (21) используются для сравнительного анализа из-за их широкой распространенности в системах мониторинга и автоматизации производственных процессов.

Исходя из табл. 3 и 4 для оценки ФС ТНК лучшие результаты по критериям точности достигаются при применении MBA ПКОВ вида (2). Для оценки ФС 10% лучшие результаты показывают MBA ПКО вида (1). Для ФС 95% лучшие результаты также показывают MBA ПКО вида (1). Отмечается высокая степень близости результатов MBA ПКО вида (1) на основе ВАР и АРРЛ моделей и их значительное преимущество в сравнении с ВА с предиктором ошибок на основе АР модели.

Согласно рис. 4 и табл. 3, 4 незначительный эффект от использования ПКО для ВА Φ С 50% (в сравнении с ПКО для других ВА) связан с недостаточно сильной зависимостью ошибок ВА Φ С 50% от ошибок ВА Φ С 95%, а также наличием значительной сериальной корреляции ошибок ВА Φ С 50%.

	Пара	а с корре	лированн	ными	Пара с коррелированными				
Тип ВА		ошиб	ками		ошибками				
	$\Phi C THK$		ΦC 10%		ΦC	50%	$\Phi C 95\%$		
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	
Базовый метод									
ВА МЛР	$71,\!83\%$	66,73%	44,62%	65,76%	$11,\!67\%$	48,41%	$61,\!69\%$	$46,\!47\%$	
ВА ОСЧ	24,93%	$49,\!88\%$	$15,\!10\%$	$48,\!81\%$	$3{,}08\%$	$25,\!81\%$	$15,\!92\%$	$23{,}44\%$	
BA AP	1,82%	$11,\!47\%$	$6,\!95\%$	$29{,}94\%$	$0,\!53\%$	6,26%	47,55%	$39,\!10\%$	
ВА АР ПА	0,11%	$0,\!79\%$	$9,\!32\%$	$35,\!15\%$	0,00%	0,00%	47,90%	38,72%	
BA AP CA	0,36%	2,79%	$9{,}39\%$	$35,\!07\%$	$0,\!08\%$	$1,\!48\%$	47,90%	38,72%	
			Лучши	й резуль	гат				
	BA AF	РΠΑ	BA BAP CA		BA AF	РПА	ВА ВАР ПА		
	АРРЛ ПА		DA DAI CA		DITII	1171	DA DAI IIA		
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	
	0,888	4,522	0,914	$3,\!485$	0,933	2,443	0,715	3,909	

Таблица 5. Изменение критериев точности для неадаптивных ВА

Таблица 6. Изменение критериев точности для адаптивных ВА

	Пара	а с корре	лировани	НЫМИ	Пара с коррелированными					
Тип ВА		ошиб	бками		ошибками					
	ΦС ТНК		$\Phi C \ 10\%$		ΦC	50%	$\Phi C 95\%$			
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO		
	Базовый метод									
АВА МЛР	37,71%	$54,\!88\%$	$27,\!97\%$	$57,\!20\%$	4,96%	$33,\!99\%$	$32,\!14\%$	$34,\!39\%$		
АВА ОСЧ	$12,\!53\%$	$36,\!00\%$	$9,\!43\%$	$38,\!17\%$	0,92%	$12,\!53\%$	6,99%	$13,\!90\%$		
ABA AP	0,53%	$2,\!08\%$	$3,\!30\%$	11,70%	$0,\!03\%$	1,51%	$25{,}04\%$	$31,\!30\%$		
АВА АР ПА	$0,\!34\%$	$1,\!12\%$	$3,\!25\%$	$11,\!84\%$	-0,04%	$0,\!10\%$	$25{,}12\%$	$31,\!38\%$		
ABA AP CA	$0,\!61\%$	$2,\!64\%$	3,21%	$12,\!65\%$	-0,01%	0,10%	$25{,}09\%$	$31,\!33\%$		
			Лучший	і результ	ат					
	ABA	BAP	ABA BAP		ABA A	АР ПА	ABA BAP			
	CA		CA		АРРЛ ПА		ПА			
	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO	R^2	CAO		
	0,882	4,802	0,915	3,647	0,938	2,245	0,728	3,660		

В табл. 5 и 6 представлено изменение критериев точности в процентах для наилучшего результата относительно базовых методов (ВА, ВА ОСЧ, ВА АР, ВА АР ПА, ВА АР СА), не учитывающих кросс-корреляцию ошибок для неадаптивных и адаптивных ВА соответственно. Согласно табл. 5 и 6 наименьшее значение САО чаще достигается при помощи ПКО на основе ВАР модели с параметрической или структурной адаптацией (ВАР ПА, ВАР СА в таблицах выделены жирным). Результаты, представленные в табл. 3–6, позволяют заключить что предлагаемый метод (ВА/АВА ВАР, АРРЛ, АР ВАР, АР АРРЛ) эффективен в сравнении с рассмотренными существующими методами. Для неадаптивных и адаптивных ВА сокращение САО в сравнении с ОСЧ составило в среднем 37 и 25,1% соответственно, т.е. для ФС ТНК – 49,9 и 36%, для ФС 10% – 48,8 и 38,2%, для ФС 50% – 25,8 и 12,5%, для ФС 90% – 23,4 и 13,9%. В сравнении с предиктором ошибки на основе АР сокращение САО для ФС ТНК – 11,5 и 2,1%, для ФС 10% – 29,9 и 11,7%, для ФС 50% – 6,3 и 1,5%, для ФС 90% – 39,1 и 31,3%, что в среднем 21,7% и 11,7% соответственно для неадаптивных и адаптивных ВА.

5. Заключение

Решена задача построения MBA с предиктором коррелированных ошибок. Показана эффективность предложенного подхода к построению MBA с предиктором, используемого в системе управления показателями качества фракционного состава легкой дизельной фракции сложной ректификационной колонны технологической установки гидрокрекинга. Проведенное сравнение предложенного MBA с ОСЧ и предиктором ошибки на основе AP модели без учета кросс-корреляции ошибок показало сокращение САО в среднем на 29,3 и 21% и увеличение коэффициента детерминации на 14 и 7% для неадаптивных и адаптивных BA соответственно.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Lawrence N.P., Damarla S.K., Kim J.W., et.al. Machine learning for industrial sensing and control: A survey and practical perspective // Control Engineering Practice. 2024. V. 145. 105841. https://doi.org/10.1016/j.conengprac.2024.105841
- Бахтадзе Н.Н. Виртуальные анализаторы (идентификационный подход) // АиТ. 2004. № 11. С. 3–24.
 Bakhtadze N.N. Virtual Analyzers: Identification Approach // Autom. Remote Control. 2004. V. 65. No. 11. Р. 1691–1709. https://doi.org/10.1023/B:AURC.0000047885.52816.c7
- Логунов П.Л., Шаманин М.В., Кнеллер Д.В., et.al. Усовершенствованное управление ТП: от контура регулирования до общезаводской оптимизации // Автоматизация в промышленности. 2015. № 4. С. 4–14. Logunov P.L., Shamanin M.V., Kneller D.V., et.al. Advanced Process Control: From a PID loop up to refinery-wide optimization // Autom. Remote Control. 2020. V. 81. P. 1929–1943. https://doi.org/10.1134/S0005117920100100
- 4. Шварцер В.И. Определение характеристик ректификационной колонны по данным нормальной эксплуатации методом потенциальных функций // АиТ. 1968. № 6. С. 142–144.
- Mejdell T., Skogestad S. Estimation of distillation compositions from multiple temperature measurements using partial-least-squares regression // Industrial & Engineering Chemistry Research. 1991. V. 30. Iss. 12. P. 2543–2555. https://doi.org/10.1021/ie00060a007

- Torgashov A., Skogestad S. The use of first principles model for evaluation of adaptive soft sensor for multicomponent distillation unit // Chemical Engineering Research and Design. 2019. V. 151. P. 70–78. https://doi.org/10.1016/j.cherd.2019.08.017
- Ferreira J., Pedemonte M., Torres A.I. Development of a machine learning-based soft sensor for an oil refinery's distillation column // Computers & Chemical Engineering. 2022. V. 161. 107756. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2022.107756
- Черешко А.А. Виртуальные анализаторы качества на основе цифровых моделей // Автоматизация в промышленности. 2022. № 7. С. 33–38. https://doi.org/10.25728/avtprom.2022.07.05. *Chereshko A.A.* Soft sensors based on digital models // Autom. Remote Control. 2023. V. 84. No. 7. P. 788–796. https://doi.org/10.1134/s0005117923070044
- Wang K., Shang C., Liu L. Dynamic soft sensor development based on convolutional neural networks // Industrial & Engineering Chemistry Research. 2019. V. 58. No. 26. P. 11521–11531. https://doi.org/10.1021/acs.iecr.9b02513
- Xibilia M.G., Latino M., Marinkovic Z. Soft sensors based on deep neural networks for applications in security and safety // IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement. 2020. V. 69. No. 10. P. 7869–7876. https://doi.org/10.1109/TIM.2020.2984465
- Xuefeng Y. Hybrid artificial neural network based on BP-PLSR and its application in development of soft sensors // Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems. 2010. V. 103. No. 2. P. 152–159. https://doi.org/10.1016/j.chemolab.2010.07.002
- Li L., Li N., Wang X. Multi-output soft sensor modeling approach for penicillin fermentation process based on features of big data // Expert Systems with Applications. 2023. V. 213. P. 119208. https://doi.org/10.1016/j.eswa.2022.119208
- Mastelini S.M., Da Costa V.G.T., Santana E.J. Multi-output tree chaining: An interpretative modelling and lightweight multi-target approach // J. Signal Proc. Syst. 2019. V. 91. No. 2. P. 191–215. https://doi.org/10.1007/s11265-018-1376-5
- Xu S., An X., Qiao X. Multi-output least-squares support vector regression machines // Pattern Recognition Letters. 2013. V. 34. No. 9. P. 1078–1084. https://doi.org/10.1016/j.patrec.2013.01.015
- Grbić R., Slišković D., Kadlec P. Adaptive soft sensor for online prediction and process monitoring based on a mixture of Gaussian process models // Computers & Chemical Engineering. 2013. V. 58. P. 84–97. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.06.014
- Bakirov R., Gabrys B., Fay D. Multiple adaptive mechanisms for data-driven soft sensors // Computers & Chemical Engineering. 2017. V. 96. P. 42–54. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2016.08.017
- Saptoro A. State of the art in the development of adaptive soft sensors based on just-in-time models // Procedia Chemistry. 2014. V. 9. P. 226–234. https://doi.org/10.1016/j.proche.2014.05.027
- Pan B., Jin H., Wang L., et.al. Just-in-time learning based soft sensor with variable selection and weighting optimized by evolutionary optimization for quality prediction of nonlinear processes // Chemical Engineering Research and Design. 2019. V. 144. P. 285–299. https://doi.org/10.1016/j.cherd.2019.02.004
- Fujiwara K., Kano M., Hasebe S., Takinami A. Soft-sensor development using correlation-based just-in-time modeling // AIChE J. 2009. V. 55. No. 7. P. 1754– 1765.

- Sangoi E., Sanseverinatti C.I., Clementi L.A., Vega J.R. A Bayesian bias updating procedure for automatic adaptation of soft sensors // Computers & Chemical Engineering. 2021. V. 147. P. 107250. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2021.107250
- Xiong W., Zhang W., Xu B., Huang B. JITL based MWGPR soft sensor for multimode process with dual-updating strategy // Computers & Chemical Engineering. 2016. V. 90. P. 260–267. https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2016.04.033
- 22. Klimchenko V., Torgashov A., Shardt Y.A.W., Yang F. Multi-output soft sensor with a multivariate filter that predicts errors applied to an industrial reactive distillation process // Mathematics. 2021. V. 9. No. 16. P. 1947. https://doi.org/10.3390/math9161947
- Климченко В.В., Снегирев О.Ю., Шевлягина С.А., Торгашов А.Ю. Разработка адаптивного виртуального анализатора с использованием прогнозирующего фильтра для нестационарного технологического процесса // АиТ. 2022. No. 12. С. 141–155.

Klimchenko V.V., Snegirev O.Yu., Shevlyagina S.A., Torgashov A.Yu. Developing an adaptive soft sensor using a predictive filter for a nonstationary process // Autom. Remote Control. 2022. V. 83. P. 1984–1994. https://doi.org/10.1134/S00051179220120104

- Torgashov A., Snegirev O., Klimchenko V., Yang F. Development of a multivariate quality estimator for an industrial fractionator in the presence of cross-correlation of output variables // IFAC-PapersOnLine. 2023. V. 56. No. 2. P. 7160–7165. https://doi.org/10.1016/j.ifacol.2023.10.596
- 25. Hamilton J.D. Time series analysis. Princeton: Princeton University Press. 1994.
- Pesaran M.H. An autoregressive distributed lag modelling approach to cointegration analysis // Department of Applied Economics, University of Cambridge, Cambridge. 1995. V. 9514. P. 371–413.
- Yeo W.S., Saptoro A., Kumar P., Kano M. Just-in-time based soft sensors for process industries: A status report and recommendations // J. Process Control. 2023. V. 128. 103025. https://doi.org/10.1016/j.jprocont.2023.103025
- 28. Box G.E.P., Jenkins G.M., Reinsel G.C., Ljung G.M. Time series analysis: forecasting and control fifth ed. Hoboken, NJ: Wiley. 2015.
- 29. Alt F.L. Distributed Lags // Econometrica. 1942. V. 10. No. 2. P. 113–128. https://doi.org/10.2307/1905784
- 30. Jenkins G.M., Watts D.G. Spectral analysis and its applications. San Francisco: Holden-Day, 1968.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Н.Н. Бахтадзе.

Поступила в редакцию 31.01.2025

После доработки 30.04.2025

Принята к публикации 05.05.2025