

Управление в технических системах

© 2025 г. Ю.Г. БУЛЫЧЕВ, д-р техн. наук (profbulychhev@yandex.ru)
(АО «Концерн Радиоэлектронные технологии», Москва)

ГИБРИДНЫЙ МЕТОД КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ РАЗНЕСЕННЫХ ДАТЧИКОВ ДЛЯ АДАПТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ СТАЦИОНАРНЫХ И ПОДВИЖНЫХ ОБЪЕКТОВ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В рамках совместного применения классического статистического подхода, основанного на вероятностных моделях, а также нетрадиционного подхода, ориентированного на принципы непрерывности, размножения и кластеризации, для совокупности разнесенных в пространстве датчиков (произвольного типа) развит новый метод адаптивной идентификации стационарных и подвижных объектов. Задача решается применительно к условиям существенной априорной неопределенности, связанной, например, с наличием в измерениях плохо формализуемых аномальных ошибок измерений, сбоями в работе и выходе из строя отдельных датчиков или значительными изменениями условий наблюдения объекта идентификации. Приводятся модели, критерий и алгоритм идентификации, устойчивый к такой неопределенности. В качестве примера сравнительного анализа использована триангуляционная система датчиков, для которой показан эффект, достигаемый за счет адаптации. Даны практические рекомендации.

Ключевые слова: существенная априорная неопределенность, датчик, информационно-измерительная система, объект идентификации, комплексирование, гибридный метод, адаптация, аномальные ошибки измерений, принципы непрерывности, размножения и кластеризации, целевая функция, семейство частных оценок, конкурирующий кластер, алгоритм идентификации, апостериорные веса, результирующая оценка.

DOI: 10.31857/S0005231025070017, EDN: JQXEBH

1. Введение

К настоящему времени накоплен большой теоретический и практический задел для построения различных информационно-измерительных систем (ИИС), состоящих из разнесенных в пространстве датчиков (однородных, неоднородных, стационарных и мобильных), используемых для совместного решения задачи идентификации состояния различных неподвижных и подвижных объектов. Подобные системы находят широкое применение в различных областях: медицина, техническая диагностика, радиоастрономия, радиолокация (активная и пассивная), радиотехническая разведка, полигонные испытания, охрана и т.д.

Среди ИИС существует целый класс систем, для которых характерны следующие условия функционирования: многоэтапность обработки данных, режим реального времени, существенная неопределенность и большие риски (ущерб) от некачественных оценок и принимаемых на их основе решений. Неопределенность может быть связана с отсутствием достоверных знаний о законах распределения ошибок измерений, пропусками в наблюдениях, появлением сбоев и отказов аппаратуры, наличием аномальных ошибок измерений (АОИ) и т.д. (см., например, [1–5]). Говоря о возможных рисках, предполагается, что важно учитывать не только возможный средний ущерб, но и потери от некачественного решения в каждом частном случае, т.е. оперируя с фиксированной выборкой измерений, в том числе и малого объема. С подобными выборками приходится сталкиваться на этапах вторичной и третичной обработки данных, например, в активных и пассивных радиолокационных системах (при формировании косвенных измерений пеленгов, временных задержек, наклонных дальностей, радиальных скоростей и др.). От качества таких измерений зависит эффективность решения задачи оценивания местоположения и параметров движения наблюдаемых объектов в рамках известных методов координатометрии (триангуляционного, разностно-дальномерного, триангуляционно-разностно-дальномерного и др.).

Основу алгоритмов, связанных с обработкой данных в условиях неопределенности, составляют классические вероятностные методы максимума апостериорной плотности вероятности или максимального правдоподобия, как правило, в расширенном варианте [1, 6–8]. Данный вариант предполагает включение всех неизвестных параметров неопределенности в расширенный вектор состояния, однако процедура расширения приводит на практике к резкому росту вычислительных затрат, известному эффекту «размазывания точности» и проблемам со сходимостью и устойчивостью формируемых оценок. Указанные трудности классических методов еще более усугубляются, если учесть, что для преодоления неопределенности, как правило, вводится семейство различных гипотез (многоальтернативный подход [6]), каждая из которых должна быть либо отвергнута, либо получить свое подтверждение. Анализ показывает, что для условий неопределенности и жестких требованиях к ИИС классические вероятностные методы зачастую малопригодны, однако их можно эффективно использовать на этапе математического моделирования для исследования потенциальных возможностей проектируемых ИИС.

Существуют и другие методы оптимального и квазиоптимального оценивания, которые можно использовать для условий неопределенности. К ним относятся: расширенный метод наименьших квадратов (РМНК) [7], методы минимума различных геометрических и кинематических невязок [9], метод инвариантов [10], всевозможные методы линейной и нелинейной фильтрации (например, калмановской) [1, 6, 7, 11], различные адаптивные методы с подстройкой параметров [12, 13], робастные [6, 14, 15], рандомизированные [16, 17], кластерные [17, 18] и нейросетевые [19] методы, а также

большое число эвристических методов, применяемых в специализированных ИИС (см., например, [20–25]). При выполнении ряда ограничений на условия наблюдения указанные методы позволяют преодолевать факторы неопределенности, например, бороться с АОИ. Однако в условиях существенной неопределенности данные методы сталкиваются с различными непредвиденными ограничениями и жесткими требованиями к ИИС, которые значительно сужают сферу их применения.

Это зачастую связано с трудностью учета геометрического фактора, зависящего от размещения в пространстве семейства датчиков и наблюдаемого объекта. Например, для угломерных систем возникают триангуляционно-некорректные области наблюдения, характерные даже для случая хороших измерений. Кроме того, задачи пространственного оценивания, как правило, сталкиваются с выраженной нелинейностью, с применением неограниченных функций (например, некоторых тригонометрических, необходимых для описания связи оцениваемых и измеряемых параметров) и др.

Указанные выше методы, как правило, гарантируют сходимость в среднем (либо по ансамблю реализаций, либо по одной достаточно длинной реализации), но не гарантируют качество формируемой оценки по одной выборке малого объема. Кроме того, в процедурах оценивания в основном используется весовая обработка, в которой расчет весовых коэффициентов осуществляется на основании большого объема априорной информации. В условиях указанной неопределенности такая информация зачастую может отсутствовать или оказаться недостоверной.

Общая тенденция к построению ИИС, способных противостоять различным факторам неопределенности, состоит в комплексировании различных методов оценивания с учетом границ их применимости (в том числе и тех методов, которые указаны выше). Каждый из методов выбранного семейства в некотором смысле должен быть «ортогонален» по точности другим методам этого семейства и реализовывать свои потенциальные возможности для определенных условий наблюдения. Гибридный метод, реализующий принцип комплексирования, должен сочетать в себе достоинства как традиционного статистического подхода (обеспечивающего оптимальность в среднем), так и нетрадиционного подхода (обеспечивающего оптимальность в частном), в максимальной степени учитывающего специфику применяемой ИИС и указанные условия неопределенности.

Для нетрадиционного подхода можно использовать кластерно-вариационный метод [18], который зарекомендовал себя в качестве эффективного инструмента преодоления априорной неопределенности, как в среднем, так и частном. Он базируется на принципе размножения единичных оценок (т.е. рассмотрении множества вариантов решения одной и той же задачи для различных наборов измерений, формируемых на базе исходного входного наблюдения), принципе кластеризации (разбиении данных оценок на несколько конкурирующих кластеров) и алгоритме построения результирующей оценки

с учетом этой кластеризации. К недостаткам указанного метода можно отнести следующее: рассматривается лишь триангуляционная система угломерных (т.е. однородных) датчиков; объект идентификации полагается стационарным, т.е. речь идет только об оценке местоположения; построение результирующей оценки не учитывает разноточность единичных оценок в пределах одного кластера (это не соответствует важному принципу адаптивности алгоритма идентификации для более широкого спектра условий наблюдения).

Ниже развивается обобщенный кластерно-вариационный метод идентификации (ОКВМИ), который полностью устраняет все отмеченные недостатки кластерно-вариационного метода [18]. Метод должен опираться на принципы, понятные специалистам в области построения и применения указанного класса ИИС, которые позволят обеспечить формирование гарантированных оценок (в рамках принятых ограничений) не только местоположения, но и параметров движения объектов идентификации в условиях существенной неопределенности. Формируемые весовые коэффициенты (для обработки измерений) должны учитывать, как априорную, так и апостериорную информацию.

2. Основные определения, модели и ограничения.

Постановка задачи

По аналогии с [18] описание предлагаемого метода в основном будет рассматриваться для случая одного объекта, что позволит опустить громоздкие обозначения и выкладки. Обобщение метода на случай нескольких объектов рассматривается в разделе 5.

В декартовой системе координат XYZ рассматривается система, состоящая из множества датчиков D_m , $m = \overline{1, M}$, при этом положение каждого датчика задается вектором $\mathbf{p}_m = [\rho_{xm}, \rho_{ym}, \rho_{zm}]^T$. Объект характеризуется вектором оцениваемых постоянных параметров $\mathbf{\lambda} = [\lambda_p, p = \overline{1, P}]^T$, а все измеряемые параметры объединяются в вектор $\mathbf{s} = [s_j, j = \overline{1, J}]^T$. Для случая подвижного объекта координаты вектора $\mathbf{\lambda}$ соответствуют неизвестным спектральным коэффициентам при соответствующих базисных функциях выбранного функционального пространства. Для стационарного объекта в состав $\mathbf{\lambda}$ входят декартовы координаты объекта. В зависимости от типа используемых датчиков в качестве координат вектора $\mathbf{s}$ могут, например, выступать значения следующих величин: азимута и угла места, наклонной дальности, радиальной скорости, уровня (амплитуды или мощности), разности фаз и временных задержек принимаемого сигнала (а также различных производных от указанных величин), относящиеся к различным точкам пространства и моментам времени.

Входное наблюдение характеризуется вектором

$$(1) \quad \mathbf{h} = \mathbf{s} + \mathbf{\Delta} + \mathbf{\xi},$$

где $\Delta = [\Delta_j, j = \overline{1, J}]^T$ – неизвестная ошибка измерений, $\xi = [\xi_j, j = \overline{1, J}]^T$ – шум измерений с неизвестным законом распределения, но нулевым математическим ожиданием и заданной корреляционной матрицей K_ξ .

Для описания ошибки Δ воспользуемся следующим подходом. Пусть J^Δ соответствует реальному количеству тех ненулевых координат вектора Δ , которые являются АОИ и приводят к ненадежным результатам идентификации. Считаем, что $J^\Delta \leq J_{\max}^\Delta$, где $J_{\max}^\Delta \in \{0, 1, \dots\}$. Кроме того, выполняется условие:

$$(2) \quad J_{\min}^h + J_{\max}^\Delta \leq J,$$

где $J_{\min}^h$ – минимальное количество координат вектора h , которого достаточно для качественного решения задачи идентификации объекта при условии, что АОИ отсутствуют.

В дальнейшем на базе h будут формироваться различные наборы измерений $h_i = [h_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$ (где $h_{ij} \in \{h_j, j = \overline{1, J}\}$, $J_i \leq J$, $h_i \neq h_r \forall i \neq r$, $i, r = \overline{1, I}$), для которых вводится ограничение

$$(3) \quad J_{\min}^h \leq J_i \leq J.$$

При таком подходе к описанию ошибки Δ часть ее ненулевых координат может принимать произвольные значения (в том числе и аномальные), они могут располагаться в векторе Δ самым произвольным образом и для их описания не существует какой-либо универсальной и удовлетворительной модели. Единственным способом формализации ошибки Δ является введение некоторых количественных ограничений (типа (2), (3)), которые соответствуют практике эксплуатации конкретной ИИС.

На вектор параметров λ накладываются традиционные ограничения

$$(4) \quad \lambda \in \Lambda \subset R^P,$$

где $\Lambda = \{\Lambda_{\min}^p \leq \lambda_p \leq \Lambda_{\max}^p\}$, $\Lambda_{\min}^p \in R^1$ и $\Lambda_{\max}^p \in R^1$.

Считается известным оператор Ψ , такой что

$$(5) \quad \Psi : s \rightarrow \lambda,$$

т.е. $\lambda = \Psi(s)$, при этом существует обратный оператор

$$(6) \quad \Psi^{-1} : \lambda \rightarrow s,$$

для которого $s = \Psi^{-1}(\lambda)$.

Разрабатываемый ОКВМИ базируется на трех основных принципах: непрерывности, размножения и кластеризации. Первый принцип связан с утверждением о непрерывной зависимости качества решения задачи идентификации от параметров входного наблюдения достаточной размерности.

В частности, последовательное уменьшение параметра J (путем исключения тех или иных координат вектора $\mathbf{h}$) приводит к плавной эволюции точности результирующей оценки. Второй принцип связан с утверждением о возможности формирования множества частных оценок (как хороших, так и плохих), при этом множество хороших оценок имеет (с учетом условий (2)–(4)) достаточную мощность. Третий принцип связан с утверждением о том, что при выполнении условий (2)–(4) все возможные частные оценки можно кластеризовать, при этом среди конкурирующих кластеров есть оптимальный, который служит основой для формирования надежной результирующей оценки.

Согласно принципу размножения основному вектору $\mathbf{h}$ ставится в соответствие семейство частных векторов $\{\mathbf{h}_i, i = \overline{1, I}\}$:

$$(7) \quad \mathbf{h}_i = \mathbf{s}_i + \Delta_i + \xi_i,$$

где $\mathbf{s}_i = [s_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, $\Delta_i = [\Delta_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$, $\xi_i = [\xi_{ij}, j = \overline{1, J_i}]^T$.

Выбор значений I и $J_1, \dots, J_I$ должен отвечать условиям (2) и (3), а кроме того, должно гарантироваться наличие среди $\{\mathbf{h}_i, i = \overline{1, I}\}$ векторов, не содержащих АОИ.

Каждому вектору $\mathbf{h}_i$ можно поставить в соответствие некоторый оператор Ψ^* классического оптимального оценивания (например, оператор метода максимального правдоподобия)

$$(8) \quad \Psi^* : (\mathbf{h}_i, \mathbf{K}_{\xi_i}) \rightarrow \lambda_i^*,$$

где $\lambda_i^* = \Psi^*(\mathbf{h}_i, \mathbf{K}_{\xi_i})$ – частная оценка, характеризуемая корреляционной матрицей $\mathbf{K}_{\xi_i}^*$ ошибок оценивания, $\mathbf{K}_{\xi_i}$ – корреляционная матрица шума ξ_i .

Для вычисления элементов матрицы $\mathbf{K}_{\xi_i}^*$ используются известные формулы (см., например, [1, 3, 4]), вид которых полностью определяется типом ИИС (триангуляционная, разностно-дальномерная, угломерно-мощностная и т.д.), ее геометрией и условиями наблюдения, а также значением матрицы $\mathbf{K}_{\xi_i}$.

Применительно к каждой оценке λ_i^* с помощью известного оператора Θ (также зависящего от типа, геометрии и параметров ИИС) формируется оценка вектора вторичных измерений $\left(\mathbf{s}_i^* = [s_{ij}^*, j = \overline{1, J_i}]^T\right)$:

$$(9) \quad \Theta : \lambda_i^* \rightarrow \mathbf{s}_i^*,$$

где $\mathbf{s}_i^* = \Theta(\lambda_i^*)$.

Следует помнить, что в общем случае вектор $\mathbf{s}_i^*$ имеет размерность J_i , не совпадающую с размерностью J вектора $\mathbf{s}$. При вычислении $\mathbf{s}_i^*$ учитываются декартовы координаты только тех датчиков ИИС, которые используются в формировании частного вектора $\mathbf{h}_i$.

Применение вторичных измерений позволяет отсеять плохие частные оценки λ_i^* путем проверки условия

$$(10) \quad |s_{ij}^* - h_{ij}| \leq \varepsilon_{ij} \quad \forall j = \overline{1, J_i},$$

где ε_{ij} – максимальная величина невязки, вычисляемая с учетом типа ИИС и матрицы $\mathbf{K}_i^*$.

Если условие (10) не выполняется или оценка λ_i^* не попадает в ограничение (4), то данная частная оценка отсеивается. Оставшиеся после отсева частные оценки обозначим через $\lambda_{[n]}^*$, $n = \overline{1, N}$, где $\lambda_{[n]}^* \in \{\lambda_1^*, \dots, \lambda_I^*\}$. Очевидно, что множество таких оценок не пусто, если выполнены условия (2) и (3).

Определение 1. Скалярная ошибка Δ_{ij} , являющаяся одной из составляющих вектора Δ_i , называется аномальной, если она приводит к нарушению условия (10). В противном случае ошибка Δ_{ij} называется нормальной.

Определение 2. Любая группа скалярных ошибок (из двух и более), являющихся составляющими вектора Δ_i , называется аномальной (даже если каждая из этих составляющих сама по себе является нормальной), если она приводит к нарушению условия (10). В противном случае группа называется нормальной.

Определение 3. Под коэффициентом «засорения» исходной выборки $\mathbf{h}$ понимается величина $k_{\mathbf{h}} = 100(k_{\Delta}/J)[\%]$, где k_{Δ} – суммарное количество аномальных скалярных ошибок и скалярных ошибок, входящих в аномальные группы.

Сформированное множество $\mathbf{X}^* = \{\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*\}$ разбивается на конкурирующие кластеры K_q , $q = \overline{1, Q}$ (для этого может применяться любой из известных алгоритмов кластеризации, например, [18, 26, 27]). Оценки $\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*$ последовательно (по шагам) объединяются в группы: сначала самые близкие, а затем все более отдаленные друг от друга. На первом шаге каждая оценка $\lambda_{[n]}^*$ рассматривается как отдельный кластер.

Алгоритм кластеризации устанавливает отображение: $\Upsilon: \mathbf{X}^* \rightarrow \{K_q, q = \overline{1, Q}\}$, при этом должно выполняться условие

$$(11) \quad \mathbf{X}^* = \bigcup_{q=1}^Q K_q,$$

где $K_k \cap K_r = \emptyset$, $k, r \in \{1, \dots, Q\}$, $k \neq r$ и $K_q \neq \emptyset \forall q = \overline{1, Q}$.

Для каждого кластера будем использовать представление $K_q = \{\lambda_{[q,n]}^*, n = \overline{1, N_q}\}$, где $\lambda_{[q,n]}^*$ – частная оценка, которая попала в кластер K_q и ей присвоен номер n . Каждой $\lambda_{[q,n]}^*$ соответствует оценка вектора вторичных полномерных измерений $\mathbf{s}_{[q,n]}^* = [s_{j[q,n]}^*, j = \overline{1, J}]^T$ (по аналогии с (9)):

$$(12) \quad \mathbf{s}_{[q,n]}^* = \Theta \left(\lambda_{[q,n]}^* \right).$$

Под полномерностью понимается то, что размерности векторов $\mathbf{s}$ и $\mathbf{s}_{[q,n]}^*$ совпадают.

Выбор семейства кластеров $\{K_1, \dots, K_Q\}$ подробно обсуждается в [18], где предложен новый адаптивный алгоритм кластеризации, в том числе и при неизвестном Q . Он позволяет разбить все семейство $\{\lambda_{[1]}^*, \dots, \lambda_{[N]}^*\}$ на кластеры автономно (без участия оператора), достаточно прост для компьютерной реализации и не требует больших вычислительных затрат. Результаты применения данного алгоритма показали его высокую эффективность и хорошие асимптотические свойства.

Требуется на базе (1)–(12) разработать в оптимальной постановке адаптивный ОКВМИ, устойчивый к ошибке Δ и учитывающий при построении результирующей оценки $\lambda^* = [\lambda_p^*, p = \overline{1, P}]^T$ разноточность частных оценок, входящих в конкурирующие кластеры. Метод должен включать в себя обоснование целевой функции, критерия, алгоритма выбора оптимального кластера и построения оптимальной результирующей оценки.

3. Обоснование и построение целевой функции.

Критерий и алгоритм идентификации

В случае, когда $\Delta = 0$ и априорная информация о шуме ξ ограничивается знанием корреляционной матрицы K_ξ , предпочтение отдается традиционному статистическому методу, в котором используется весовая матрица $W_\xi = K_\xi^{-1}$ (это обеспечивает оптимизацию в среднем). В рамках разрабатываемого ОКВМИ, применительно к условиям существенной неопределенности, необходимо сформировать новую целевую функцию, которая учитывала бы все параметры, входящие в ограничения (2)–(4) и характеризующие конкурирующие кластеры. В данной функции должны фигурировать весовые коэффициенты, которые в отличие от любого оптимального статистического метода вычисляются апостериорно по одной фиксированной выборке измерений (это обеспечивает оптимизацию в частном).

Для решения задачи идентификации используем следующую безразмерную нормированную целевую функцию:

$$(13) \quad F(\lambda, q) = J^{-1} \sum_{j=1}^J \left\{ \left[\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right]^2 w(h_j, q) \right\}, \quad 0 \leq F(\lambda, q) \leq 1,$$

где $s_j(\lambda)$ – известная зависимость измеряемого параметра s_j от λ , $w(h_j, q)$ – апостериорный вес измерения h_j , $0 \leq w(h_j, q) \leq 1$, $\delta_j > 0$ – коэффициент, ограничивающий величину $|s_j(\lambda) - h_j|$ для всех просматриваемых (модельных) значений $\lambda \in \Lambda$ и обеспечивающий соответствующую нормировку.

Для нахождения весов заметим, что применительно к кластеру K_q и его любой частной оценке $\lambda_{[q,n]}^*$ необходимо проверять условие (по аналогии с (10))

$$(14) \quad \left| s_{j[q,n]}^* - h_j \right| \leq \varepsilon_{j[q,n]}.$$

Левая часть в (14) характеризует невязку между первичными h_j и вторичными $s_{j[q,n]}^*$ измерениями для всех возможных значений j , q и n . Для учета ограничения на данную невязку воспользуемся индикаторной функцией

$$(15) \quad \varphi(p) = \begin{cases} 1 - p, & 0 \leq p \leq 1, \\ \varphi(p) = 0, & p > 1. \end{cases}$$

Принимая $p = \left(s_{j[q,n]}^* - h_j \right)^2 / \varepsilon_{j[q,n]}^2$, весовые коэффициенты, учитывающие все принятые ограничения задачи идентификации, а также результаты размножения частных оценок и их кластеризации, находятся так

$$(16) \quad w(h_j, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{\left(s_{j[q,n]}^* - h_j \right)^2}{\varepsilon_{j[q,n]}^2} \right), \quad 0 \leq w(h_j, q) \leq 1,$$

где N_q^{-1} – играет роль нормирующего множителя.

Формула (16) позволяет учесть количество N_q частных оценок в каждом кластере K_q , пороги $\varepsilon_{j[q,n]}$ допустимых погрешностей вторичных измерений и наличие грубых ошибок измерений (одиночных и групповых) путем введения индикаторной функции $\varphi(p)$. Коэффициент $w(h_j, q)$ показывает удельный вклад измерения h_j в образование всех отметок кластера K_q . Его можно назвать коэффициентом соответствия измерения h_j элементам кластера K_q . Чем больше значение коэффициента, тем больше доверия к первичному измерению h_j , с которым связан этот коэффициент.

С учетом (14)–(16) искомая целевая функция принимает вид

$$(17) \quad F(\lambda, q) = (JN_q)^{-1} \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^{N_q} \left[\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right]^2 \varphi \left(\frac{\left(s_{j[q,n]}^* - h_j \right)^2}{\varepsilon_{j[q,n]}^2} \right).$$

Критерий оптимальной идентификации сводится к следующему

$$(18) \quad \lambda^* = \arg \min_{\lambda} F(\lambda, q^*),$$

$$(19) \quad q^* = \arg \max_q w(\mathbf{h}, q) = \arg \max_q \left\{ J^{-1} \sum_{j=1}^J w(h_j, q) \right\}, \quad 0 \leq w(\mathbf{h}, q) \leq 1,$$

где $w(\mathbf{h}, q)$ – интегральный безразмерный нормированный весовой коэффициент.

Минимизация решающей функции $F(\lambda, q)$, по векторному аргументу λ приводит к уравнению

$$(20) \quad \left[\frac{\partial F(\lambda, q)}{\partial \lambda} \right]^T = \mathbf{0}.$$

Раскрывая в (20) частные производные, получим систему скалярных уравнений

$$(21) \quad \sum_{j=1}^J \left\{ \left(\frac{s_j(\lambda) - h_j}{\delta_j} \right) w(h_j, q) \frac{\partial s_j(\lambda)}{\partial \lambda_p} \right\} = 0, \quad p = \overline{1, P},$$

где частные производные раскрываются с учетом известной зависимости $\mathbf{s} = \Psi^{-1}(\lambda)$.

Системе (21) соответствуют частные оценки $\lambda^*(q)$, $q = \overline{1, Q}$. В качестве результирующей оценки $\lambda^* \in \{\lambda^*(1), \dots, \lambda^*(Q)\}$ выбирается та частная оценка $\lambda^*(q^*)$ (где $q^* \in \{1, \dots, Q\}$), которая согласно (19) удовлетворяет критерию (для фиксированного $\mathbf{h}$)

$$(22) \quad w(\mathbf{h}, q^*) > w(\mathbf{h}, q) \quad \forall q = \overline{1, Q}, \quad q \neq q^*.$$

Выбором значений параметров, фигурирующих в условиях (2)–(4), (10), а также вводя ограничения на диапазоны изменения значений I , Q и $\mathbf{K}_\xi$, всегда можно обеспечить единственность и требуемую точность решения задачи идентификации. При правильном планировании измерительного эксперимента (см., например, [7]) практически всегда обеспечивается надежное обнаружение результирующего кластера $\mathbf{K}_{q^*}$, содержащего наибольшее число частных оценок, образованных достоверными наблюдениями $\mathbf{h}_i$. В свою очередь, параметры $\varepsilon_{j[q,n]}$ существенно влияют на точность идентификации.

Введение ограничения (4) позволяет отсеять так называемые некорректные области идентификации, в которых может нарушаться условие единственности решения. Например, для триангуляционной ИИС, состоящей из двух пеленгаторов, речь идет об областях, для которых треугольник, образуемый базой и двумя линиями визирования, имеет слишком маленький угол при его вершине (в ней находится объект). В этих случаях линии визирования почти параллельны и даже незначительные ошибки пеленгования, не говоря уже об АОИ, могут приводить к существенным ошибкам координатометрии. Кроме того, среди конкурирующих кластеров могут появиться такие, которые находятся на одном направлении, разнесены на большие расстояния и имеют приблизительно одинаковое число элементов. Для борьбы с такой некорректностью либо вводят ограничения (4), либо используют дополнительные измерения от некоторой внешней системы, которая в совокупности с рассматриваемой ИИС устраняет некорректные области. Это также относится к задачам оптимального планирования эксперимента.

Если ограничиться одним кластером, снять принятые ограничения, а весовым коэффициентам $w(h_1, q), \dots, w(h_J, q)$ поставить в соответствие обратные величины дисперсий ошибок первичных измерений (распределенных по нормальному закону), то приведенное решение (18)–(21) будет соответствовать известной максимально правдоподобной оценке для случая отсутствия АОИ.

В классической статистической постановке задача идентификации решается на базе всех измерений (независимо от того, хорошие они или плохие),

подлежащих совместной оптимальной обработке с учетом заранее назначаемых априорных весов. Развиваемый гибридный метод также оперирует со всеми измерениями, но учитывает как априорную информацию (в виде весовых матриц $\mathbf{W}_{\xi_i} = \mathbf{K}_{\xi_i}^{-1}$, используемых при построении частных оценок), так и апостериорную информацию (в виде весов $w(h_1, q), \dots, w(h_J, q)$ и $w(\mathbf{h}, q)$), которая требуется для нахождения оптимального кластера и построения результирующей оценки.

Сам алгоритм решения задачи идентификации в кластерной оптимальной постановке сводится к следующему:

1) Проводится кластеризация частных оценок путем построения кластеров K_q , $q = \overline{1, Q}$, (рекомендации по кластеризации даны в [18]).

2) Для каждого кластера K_q подсчитываются количество входящих в него отметок (N_q), частные и интегральный весовые коэффициенты $w(h_1, q), \dots, w(h_J, q)$ и $w(\mathbf{h}, q)$ соответственно).

3) С использованием критерия (19) решается задача нахождения номера q^* оптимального кластера K_{q^*} .

4) Для кластера K_{q^*} решается система уравнений (21), выбирая в качестве начального условия частную оценку, принимаемую за центр этого кластера. В итоге, с учетом (21), получаем результирующую оценку $\boldsymbol{\lambda}^* = \boldsymbol{\lambda}^*(q^*) = [\lambda_p(q^*), p = \overline{1, P}]^T$ вектора параметров $\boldsymbol{\lambda}^*$ идентифицируемого объекта.

Замечание 1. Если воспользоваться известным приближенным подходом к построению максимально правдоподобной оценки, основанным на линейной аппроксимации невязок $s_j(\boldsymbol{\lambda}) - h_j$, то вместо (21) можно получить соответствующую систему линейных алгебраических уравнений.

Реализация предлагаемого алгоритма (с учетом подготовки исходных данных) связана со следующими вычислительными затратами $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3$, где Γ_1 – затраты на построение семейства частных оценок, Γ_2 – затраты на кластеризацию этих оценок и выбор результирующего кластера, Γ_3 – затраты на построение результирующей оценки. Реализация указанных операций в специализированных вычислительных средах не представляет особых сложностей и позволяет обеспечить режим реального времени.

Соотношения (13)–(22) составляют математическую основу ОКВМИ.

4. Применение метода к триангуляционной информационно-измерительной системе

Рассмотрим триангуляционную ИИС, в которой в качестве датчиков ($\mathcal{D}_m, m = \overline{1, M}$) используются двухканальные пеленгаторы, измеряющие азимут α_m и угол места β_m стационарного излучающего объекта. В этом случае: $P = 3$, $\boldsymbol{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3]^T = [x, y, z]^T$, $J = 2M$, $\mathbf{s} = [\alpha_m, \beta_m, m = \overline{1, M}]^T$ и $\mathbf{h} = [h_j, j = \overline{1, J}]^T = [h_m^\alpha, h_m^\beta, m = \overline{1, M}]^T$, $\delta_j = \pi$.

В качестве $\mathbf{s} = \Psi^{-1}(\lambda)$ применяются известные формулы

$$(23) \quad \begin{cases} \alpha_m(\lambda) = \arccos \left\{ (x - x_m) [(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2]^{-1/2} \right\}, \\ \beta_m(\lambda) = \arcsin \left\{ (z - z_m) [(x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 + (z - z_m)^2]^{-1/2} \right\}. \end{cases}$$

На базе (23) формируется система уравнений (21).

Условие (14) преобразуется к виду

$$(24) \quad \begin{cases} \left| \alpha_{m[q,n]}^* - h_m^\alpha \right| \leq \varepsilon_{m[q,n]}^\alpha, \\ \left| \beta_{m[q,n]}^* - h_m^\beta \right| \leq \varepsilon_{m[q,n]}^\beta, \end{cases}$$

а целевая функция

$$(25) \quad F(\lambda, q) = \sum_{m=1}^M \left[\left(\frac{\alpha_m(\lambda) - h_m^\alpha}{\pi} \right)^2 w(h_m^\alpha, q) + \left(\frac{\beta_m(\lambda) - h_m^\beta}{\pi} \right)^2 w(h_m^\beta, q) \right],$$

$$(26) \quad \begin{cases} w(h_m^\alpha, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{(\alpha_{m[q,n]}^* - h_m^\alpha)^2}{(\varepsilon_{m[q,n]}^\alpha)^2} \right), \\ w(h_m^\beta, q) = N_q^{-1} \sum_{n=1}^{N_q} \varphi \left(\frac{(\beta_{m[q,n]}^* - h_m^\beta)^2}{(\varepsilon_{m[q,n]}^\beta)^2} \right). \end{cases}$$

Интегральный весовой коэффициент вычисляется так

$$(27) \quad w(\mathbf{h}, q) = M^{-1} \sum_{m=1}^M [w(h_m^\alpha, q) + w(h_m^\beta, q)].$$

В качестве примера рассмотрим плоскостную задачу, принимая $\rho_{zm} = 0$ и $\lambda_3 = z = 0$, т.е. $\beta_m = 0 \forall m = \overline{1, M}$. Матрицу первичных азимутальных ошибок примем диагональной, т.е. $\mathbf{K}_\xi = \text{diag}[\sigma_{\alpha 1}^2, \dots, \sigma_{\alpha M}^2]$. В этом случае на базе известного оператора Ψ^* можно сформировать семейство частных оценок $\lambda_i^* = [x_i^*, y_i^*]^T$, где

$$\begin{cases} x_i^* = (B_i E_i - C_i D_i)(A_i C_i - B_i^2)^{-1}, \\ y_i^* = (B_i D_i - A_i E_i)(A_i C_i - B_i^2)^{-1}. \end{cases}$$

Здесь $A_i = \sum_{m=1}^{M_i} \cos^2 \alpha_{mi} / \gamma_{mi}$, $B_i = 2^{-1} \sum_{m=1}^{M_i} \sin 2\alpha_{mi} / \gamma_{mi}$, $C_i = \sum_{m=1}^{M_i} \sin^2 \alpha_{mi} / \gamma_{mi}$, $D_i = \sum_{m=1}^{M_i} \varphi_{mi} / \gamma_{mi}$, $E_i = \sum_{m=1}^{M_i} \mu_{mi} / \gamma_{mi}$, $\gamma_{mi} = \tilde{R}_{mi}^2 \sigma_{\alpha mi}^2$, $\varphi_{mi} = \rho_{xmi} \cos^2 \alpha_{mi} - 2^{-1} \rho_{ymi} \sin 2\alpha_{mi}$, $\mu_{mi} = 2^{-1} \rho_{xmi} \sin 2\alpha_{mi} - \rho_{ymi} \sin^2 \alpha_{mi}$, $\tilde{R}_{mi}$ – ориентировочная дальность от объекта до датчика $\mathcal{D}_{mi}$, $m \in \{1, \dots, M_i\}$.

Применительно к триангуляционной ИИС строятся эллипсы ошибок оценивания, которые с учетом частных оценок и геометрии триангуляционной ИИС используются для расчета констант $\varepsilon_{m[q,n]}^\alpha$ применительно к каждому кластеру и входящих в него частных оценок.

Соотношения (25)–(27) составляют основу одноэтапного ОКВМИ для триангуляционной ИИС. В отличие от известного кластерно-вариационного метода триангуляционного оценивания [18], разработанный метод учитывает при формировании апостериорных весов тот факт, что правые части неравенств (24) зависят как от номера q конкурирующего кластера, так и от номера n входящей в него частной оценки.

Можно также использовать двухэтапный ОКВМИ для триангуляционной ИИС в двух вариантах. Первый вариант основан на том, что есть возможность реализации двухэтапного ОКВМИ сначала только на азимутальных каналах (первый этап), что позволяет сформировать семейство плоскостных частных оценок и кластеров, а затем определить оценки x^* и y^* двух декартовых координат объекта (x и y). Точке (x^*, y^*) в трехмерном пространстве соответствует своя линия положения объекта. Объединяя эту линию и всевозможные конусы положения, соответствующие углам места, строим недостающую оценку z^* пространственной координаты z (второй этап).

Второй вариант основан на том, что применительно только к азимутальным каналам с использованием коэффициентов соответствия $w(h_m^\alpha, q)$ находятся недостоверные азимутальные каналы, измерения которых исключаются из дальнейшей обработки. Далее на оставшихся приоритетных азимутальных и всех угломестных каналах реализуется ОКВМИ в полном объеме. В этом случае возрастает количество исследуемых частных оценок (по сравнению с первым вариантом), что обеспечивает повышение качества триангуляционного оценивания в условиях неопределенности.

Очевидно, что двухэтапный ОКВМИ для двух рассмотренных вариантов не исчерпывает потенциальных возможностей оптимального ОКВМИ в условиях неопределенности, но является более экономичным с вычислительной точки зрения. Это связано, в первую очередь, с существенным сокращением числа частных триангуляционных оценок и конкурирующих кластеров.

5. Обобщение метода на случай многих объектов

Распространение развиваемого ОКВМИ на этот случай зависит от назначения, принципов построения и организации вычислительного процесса в конкретной ИИС. Можно выделить два основных варианта реализации ОКВМИ на случай многих объектов.

Вариант 1. Когда разбиение измерений на классы по признаку принадлежности к данному объекту выделено в отдельный этап (задача отождествления измерений). Такая усеченная постановка задачи весьма распространена на практике при соответствующей декомпозиции вычислительного про-

цесса. В этом случае ОКВМИ применяется к каждому выделенному классу. Для этого формируются векторы измерений $\mathbf{h}_{(l)} = [h_{(l)j}, j = \overline{1, J_{(l)}}]^T$, где $l \in \overline{1, L}$ – номер объекта (класса). Для l -го класса (по аналогии с разделом 3) формируются элементы $K_{(l)q}$, $M_{(l)q}$, $w_{(l)}(h_j, q)$, $w_{(l)}(\mathbf{h}, q)$, $q_{(l)}^*$ и на их основе результирующие оценки $\lambda_{(l)}^* = [\lambda_{(l)j}^*, j = \overline{1, J}]^T$, $l = \overline{1, L}$. Вариант 1, наиболее эффективный с вычислительной точки зрения, позволяет организовать L параллельных каналов обработки измерений, однако он не исчерпывает потенциальных возможностей совместной обработки доступных измерений.

Примечание 1. Если в ходе решения задачи отождествления допущены неверные решения, то ложные измерения, попавшие в чужой класс, можно рассматривать как измерения, содержащие грубые ошибки. Предлагаемый ОКВМИ позволяет эффективно бороться с такими ошибками независимо от их природы.

Примечание 2. Возможно привлечение для решения задачи отождествления вспомогательных измерений (например, в радиолокации и радиотехнической разведке к ним можно отнести несущую частоту, период следования импульсов, их длительность, вид внутриимпульсной модуляции и т.д.), которыми «нагружены» основные измерения. Совместное использование основных и вспомогательных измерений зачастую необходимо для более глубокой идентификации объектов.

Вариант 2. В этом случае ОКВМИ применяется сразу ко всем измерениям с образованием кластеров K_q , $q = \overline{1, Q}$. Первоначально требуется определить номера $q_{(l)}^* \in \{1, 2, \dots, Q\}$ приоритетных (оптимальных) кластеров $K_{q_{(l)}^*}$, что достигается введением критерия $w_{(l)}(\mathbf{h}, q_{(l)}^*) \geq \gamma$, где γ – заданный порог распознавания объекта, $\gamma > 0$. Далее для всех этих кластеров строятся результирующие оценки $\lambda_{(l)}^* = [\lambda_{(l)j}^*, j = \overline{1, J}]^T$, $l = \overline{1, L}$.

Вариант 2 является достаточно затратным с вычислительной точки зрения, так как приводит к большому числу кластеров Q . Достоинство варианта состоит в том, что задача идентификации для случая многих объектов реализует потенциальные возможности ОКВМИ в условиях неопределенности.

6. Сравнительный анализ

Рассмотрим триангуляционную ИИС, датчики D_m которой расположены на окружности: $\mathbf{p}_m = [\rho_{xm}, \rho_{ym}, \rho_{zm}]^T$, $\rho_{xm} = 10^4 \cos[2\pi(m-1)/M]$, $\rho_{ym} = 10^4 \sin[2\pi(m-1)/M]$, $\rho_{zm} = 0$, $M = 5$, $m = \overline{1, 5}$. Для стационарного объекта исследовалось множество его возможных положений, при этом каждому положению соответствовал свой вектор $\lambda_k = [x_k, y_k, z_k]^T$, $x_k = 5 \times 10^4 \cos(2\pi k/K)$, $y_k = 5 \times 10^4 \sin(2\pi k/K)$, $z_k = 3 \times 10^3$, $k = \overline{1, K}$, $K = 180$. Здесь и далее координаты объекта и датчиков задаются в метрах, азимут, угол места и ошибки пеленгования в радианах. Для каждого k принима-

лось, что шумы измерений различных равноточных датчиков независимы, распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием, а корреляционная матрица датчика $\mathbf{D}_m$ имеет диагональный вид $\mathbf{K}_m = \text{diag}[\sigma_\alpha^2, \sigma_\beta^2]$, где $\sigma_\alpha = \pi/360$ и $\sigma_\beta/360$. Ошибки формировались с помощью датчика случайных чисел. Номера недостоверных каналов (не более, чем половина всех азимутальных и не более, чем половина всех угломестных каналов), содержащих АОИ, выбирались случайным образом. В каналах формировалась результирующая ошибка измерений (это сумма АОИ и допустимой случайной ошибки), принадлежащая интервалам возможных значений $(3\sigma_\alpha, \pi/6)$ для азимутального канала и $(3\sigma_\beta, \pi/6)$ – для угломестного.

Для сравнительного анализа рассматривались четыре алгоритма, соответствующие известному кластерно-вариационному методу (КВМ, см. [28]) и ОКВМИ (развиваемый метод): A_1 – алгоритм КВМ с заранее заданным количеством кластеров Q , A_2 и A_3 – соответственно алгоритмы одноэтапного и двухэтапного КВМ с оптимальным выбором количества кластеров Q при заданном начальном условии Q_0 , A_4 – алгоритм, соответствующий ОКВМИ. Требовалось сравнить эти алгоритмы по точности и оперативности.

Процедура оценивания проводилась для каждого k с последующим усреднением по 100 экспериментам. В алгоритме A_1 принято $Q = 7$, а в алгоритмах A_2 и A_3 в качестве начального условия принято $Q_0 = 2$. Для сравниваемых алгоритмов использовались две числовые характеристики: $S(A_i)$ – интегральная характеристика точности (выражается в метрах), $T(A_i)$ – характеристика вычислительной оперативности (выражается в секундах).

Для интегральной характеристики точности имеем

$$S(A_i) = \sum_{k=1}^{180} S_k(A_i) = \frac{2\pi}{180} \sum_{k=1}^{180} \tau_k(A_i),$$

где $\tau_k(A_i) = \left\| \bar{\lambda}_k^*(A_i) - \lambda_k \right\|_2$ – частная невязка, соответствующая k -му положению объекта,

$$\bar{\lambda}_k^*(A_i) = \sum_{p=1}^{100} \lambda_{kp}^*(A_i) / 100$$

– усредненная оценка вектора λ_k (для 100 экспериментов), $\lambda_{kp}^*(A_i)$ – единичная оценка (для k -го положения объекта и p -го эксперимента).

Для сравнительного анализа алгоритмов A_i далее используются относительная интегральная характеристика

$$\delta S(A_i) = 100S(A_i)S^{-1}(A_1)[\%]$$

и относительная вычислительная оперативность

$$\delta T(A_i) = 100T(A_i)T^{-1}(A_4)[\%],$$

принимая во внимание, что алгоритм A_1 менее точный, а A_4 требует больше временных затрат по сравнению с другими алгоритмами. Результаты моделирования представлены в таблице сравнения алгоритмов.

Таблица

Алгоритмы (A_i)	A_1	A_2	A_3	A_4
$\delta S(A_i)$, %	100	50	67	39
$\delta T(A_i)$, %	81	92	14	100

Видим, что в аномальных условиях функционирования триангуляционной ИИС модифицированный алгоритм A_4 , учитывающий апостериорное изменение весов в зависимости от положения объекта, номера конкурирующего кластера и положения каждой частной оценки в этом кластере, существенно лучше (в плане точности) по сравнению с альтернативными алгоритмами. Моделирование также показало (по аналогии с [18]), что при данных аномальных условиях наблюдения метод максимального правдоподобия не применим ни в простом, ни в расширенном варианте. Так, ошибка координатометрии на базе рассматриваемой ИИС на ряде направлений достигает 100%.

7. Заключение

Предложенный ОКВМИ позволяет распространить идею кластерно-вариационного оценивания с простейшей задачи определения местоположения стационарного объекта в триангуляционной ИИС на более сложную задачу идентификации вектора параметров подвижного объекта для ИИС произвольного типа, оперирующих не только с однородными, но и разнородными измерениями, относящимися к произвольным точкам пространства и времени. Метод позволяет строить устойчивую к влиянию грубых ошибок измерений (например, аномальных одиночных и групповых) результирующую оценку вектора параметров в условиях существенной априорной неопределенности. ОКВМИ как самостоятельно, так и в совокупности с традиционными статистическими подходами может быть эффективно использован при совершенствовании существующих и разработке перспективных ИИС. В случае ограниченности вычислительных ресурсов и/или большом количестве датчиков и высокой размерности вектора наблюдений рассмотренный двухэтапный вариант реализации ОКВМИ может существенно повысить оперативность идентификации.

Современный прогресс в области построения ЭВМ параллельного действия (особенно на новых принципах действия [29, 30]) позволяет надеяться, что предложенный принцип размножения частных оценок и их кластеризации в оптимальном варианте не станет препятствием для практической реализации ОКВМИ применительно к перспективным ИИС реального времени. Однако далеко не для всех существующих ИИС возможен такой подход, который на выборках большого объема может потребовать слишком большого числа каналов параллельной обработки данных и существенных вычислительных затрат.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Черняк В.С. Многопозиционная радиолокация. М.: Радио и связь, 1993.
2. Куприянов А.И., Петренко П.Б., Сычев М.П. Теоретические основы радиоэлектронной разведки. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2010.
3. Бердышев В.П., Гарин Е.Н., Фомин А.Н. Радиолокационные системы. Красноярск: Изд-во Сибир. федер. ун-та, 2021.
4. Верба В.С., Татарский Б.Г. Основы теории радиолокационных систем и комплексов. М.: Техносфера, 2024.
5. Zekavat S., Buehrer R. Handbook of Position Location: Theory Practice and Advances. Second ed. Hoboken. New Jersey: Wiley-IEEE Press, 2019.
6. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977.
7. Жданюк Б.Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений. М.: Сов. радио, 1978.
8. Фомин А.Ф., Новоселов О.Н., Плющев А.В. Отбраковка аномальных результатов измерений. М.: Энергоатомиздат, 1985.
9. Булычев Ю.Г., Булычев В.Ю., Ивакина С.С. и др. Обоснование методов оптимального оценивания параметров движения цели в триангуляционной измерительной системе // ТиСУ. 2015. № 4. С. 94–110.
10. Булычев Ю.Г., Булычев В.Ю., Ивакина С.С. и др. Классификация инвариантов пассивной локации и их применение // ТиСУ. 2015. № 6. С. 133–143.
11. Wang X., Wang A., Wang D., et al. A modified Sage-Husa adaptive Kalman filter for state estimation of electric vehicle servo control system // Energy Reports. 2022. V. 8. No. 5. P. 20–27.
12. Иванов А.В., Шишкин В.Ю., Бойков Д.В. и др. Адаптивные алгоритмы обработки информации в навигационных комплексах подвижных наземных объектов // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 760–771.
13. Калянов А.А., Лукин О.В., Цыганова Ю.В. Об алгоритме адаптивной фильтрации параметров движения объекта // Автоматизация процессов управления. 2023. № 1 (71). С. 75–87.
14. Peng L., Wenhui W., Junda Q., et al. Robust Generalized Labeled MultiBernoulli Filter and Smoother for Multiple Target Tracking using Variational Bayesian // KSII Transactions on Internet and Information Systems. 2022. V. 16. No. 3. P. 908–928.
15. Gao G., Gao B., Gao S., et al. A Hypothesis Test-Constrained Robust Kalman Filter for INS/GNSS Integration with Abnormal Measurement // IEEE Transactions on Vehicular Technology. 2023. V. 72. No. 2. P. 1662–1673.
16. Граничин О.Н., Поляк Б.Т. Рандомизированные алгоритмы оценивания и оптимизации при почти произвольных помехах. М.: Наука, 2003.
17. Граничин О.Н., Шлымов Д.С., Аврос Р. и др. Рандомизированный алгоритм нахождения количества кластеров // АиТ. 2011. № 4. С. 86–98.
18. Булычев Ю.Г., Чепель Е.Н. Оптимизация кластерно-вариационного метода построения многопозиционной пеленгационной системы для условий априорной неопределенности // АиТ. 2023. № 4. С. 96–114.
19. Татузов А.Л. Нейронные сети в задачах радиолокации. М.: Радиотехника, 2009.

20. Мансур М.Э., Степанов О.А. Алгоритмы комплексной обработки в задаче коррекции показаний навигационных систем при наличии нелинейных измерений // Изв. Тульского ГУ. Технические науки. 2016. № 6. С. 89–102.
21. Гаджиев Ч.М. Метод отбраковки аномальных измерений для многомерных динамических систем // Автометрия. 2003. Т. 39. № 4. С. 39–46.
22. Шэнь К., Шахтарин Б.И., Неусыпин Б.И. и др. Алгоритмические методы коррекции навигационной информации с использованием спутниковой радионавигационной системы в условиях аномальных измерений // РЭ. 2019. Т. 64. № 1. С. 31–37.
23. Gu T., Luo Z., Guo T., et al. New Reconstruction Method for Measurement Data with Multiple Outliers // IEEE Transact. Instrument. Measurement. 2022. V. 71. P. 1–9.
24. Ji C., Song C., Li S., et al. An Online Combined Compensation Method of Geomagnetic Measurement Error // IEEE Sensor. J. 2022. V. 22. No. 14. P. 14026–14037.
25. Иванов А.В., Шишкин В.Ю., Бойков Д.В. и др. Адаптивные алгоритмы обработки информации в навигационных комплексах подвижных наземных объектов // РЭ. 2021. Т. 66. № 8. С. 760–771.
26. Мандель И.Д. Кластерный анализ. М.: Финансы и статистика, 1988.
27. Паклин Н.Б., Орешков В.И. Кластерные силуэты / Системный анализ в проектировании и управлении: Сб. тр. XX Междунар. научно-практ. конф.; Санкт-Петербург, 29 июня–1 июля, СПб., 2016. С. 314–321.
28. Булычев Ю.Г., Чепель Е.Н. Мультиструктурный метод триангуляционного оценивания параметров движения излучающей цели в условиях априорной неопределенности // ТиСУ. 2019. № 6. С. 26–42.
29. Ежова Н.А., Соколинский Л.Б. Обзор моделей параллельных вычислений // Вестник ЮУрГУ. Серия «Вычислительная математика и информатика». 2019. Т. 8. № 3. С. 58–91.
30. Иванов А.И., Шпилевая С.Г. О квантовых параллельных вычислениях // Вестник Балт. ун-та им. Канта. Серия «Физико-математические и технические науки». 2021. № 2. С. 95–99.

Статья представлена к публикации членом редколлегии Н.Н. Бахтадзе.

Поступила в редакцию 14.07.2024

После доработки 25.02.2025

Принята к публикации 27.02.2025