

© 2024 г. А.А. МАРГУН, канд. техн. наук (alexeimargun@gmail.com)
(Университет ИТМО, Санкт-Петербург;
ИПМаш РАН, Санкт-Петербург)
В.Х. БУЙ, (buinguyenkhanh201095@gmail.com)
(Университет ИТМО, Санкт-Петербург)
А.А. БОБЦОВ, д-р техн. наук (bobtsov@mail.ru)
(Университет Ханчжоу Дяньцзы, Ханчжоу, Китай;
Университет ИТМО, Санкт-Петербург;
ИПМаш РАН, Санкт-Петербург)

ДИАГНОСТИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИ НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ СИСТЕМ С ПРОИЗВОЛЬНОЙ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ СТЕПЕНЬЮ ПРИ НЕИЗМЕРЯЕМОМ ВХОДЕ¹

Рассматривается проблема обнаружения дефектов датчиков и приводов для класса многоканальных систем с произвольной относительной степенью. Разработанное решение основано на синтезе наблюдателей, инвариантных по отношению к входному сигналу. Предложена модификация, обеспечивающая задаваемое разработчиком время сходимости, основанная на методе динамического расширения регрессора и схеме Крессельмейера. Полученное решение развито на класс систем с параметрическими неопределенностями. Приведены результаты моделирования, иллюстрирующие работоспособность предложенного подхода.

Ключевые слова: диагностирование систем, обнаружение дефектов, наблюдатели вектора состояния, неизмеряемый вход.

DOI: 10.31857/S0005231024110025, **EDN:** YMKVEJ

1. Введение

В статье рассматривается задача обнаружения дефектов датчиков и приводов нелинейных систем с произвольной относительной степенью и параметрическими неопределенностями в условиях неизмеряемости входного сигнала. Для решения задачи диагностирования технического состояния применяются два основных подхода: физическая и аналитическая избыточность.

Первый подход заключается во внедрении в систему дублирующих датчиков и приводов. Несмотря на свою эффективность, этот метод может приводить к значительным финансовым издержкам и сталкиваться с технологическими ограничениями. Второй подход основан на создании специализированных наблюдателей [1]. Этот метод использует математические модели и измеримые данные системы для обнаружения неисправностей без необходи-

¹ Статья подготовлена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № 24-19-00454).

мости в дополнительном оборудовании, тем самым минимизируя ограничения, связанные с физической избыточностью.

Подходы, основанные на наблюдателях, демонстрируют высокую эффективность в обнаружении неисправностей как на входах (приводах), так и на выходах (датчиках) системы [2–4]. Основная идея заключается в анализе различий между измеренными выходами и их оценками (рассогласованиями). Применение структурированных наборов наблюдателей, направленных генераторов рассогласований или специализированных фильтров помогает решить проблему обнаружения элементов системы с дефектами. Структурированные наборы наблюдателей создаются путем разработки специфических генераторов, каждый из которых настроен на чувствительность только к определенному типу неисправностей. Направленные генераторы вырабатывают векторы сигналов рассогласования таким образом, чтобы они изменялись только в одном направлении, соответствующем определенной неисправности в пространстве рассогласований, что позволяет точно определить природу неисправности. Специальные фильтры, основанные на наблюдателях, настраиваются для чувствительности к конкретным типам отказов, что увеличивает точность диагностирования. Тем не менее значительным недостатком этих методов является их зависимость от неточностей математической модели системы, что может ограничивать их применение в случаях параметрических и сигнальных неопределенностей.

Среди наблюдателей выделяется особая категория, известная как инвариантные по входу наблюдатели (unknown input observer, UIO) [5–8], которые предназначены для оценки вектора состояния при отсутствии возможности измерения входного сигнала. Этот тип наблюдателей особенно эффективен в условиях наличия различных помех и возмущений в канале управления. Основная идея этого подхода заключается в создании наблюдателей вектора состояния, которые нечувствительны к входным сигналам.

В исследованиях [9–15] многочисленные примеры демонстрируют использование этого класса наблюдателей для решения практических задач по обнаружению неисправностей, диагностике датчиков и исполнительных механизмов, а также децентрализованной оценке вектора состояния в таких задачах, как управление формациями беспилотных автономных транспортных средств. Эти приложения показывают эффективность инвариантных по входу наблюдателей в различных сложных условиях использования.

Однако, как правило, синтез данных наблюдателей возможен только для систем, в которых относительная степень (разность между степенями знаменателя и числителя передаточной функции) равна единице. Для систем с более высокой относительной степенью вводятся строгие ограничения. Например, исследования [16, 17] требуют измеримости производных выходного сигнала системы. В [18, 19] авторы предлагают разделить исходное уравнение динамики системы, чтобы выделить компоненты вектора состояния, наблюдение которых возможно только на основе выхода.

В настоящей статье представлен метод диагностики датчиков и приводов динамических многоканальных систем с произвольной относительной степенью. Новизна полученных результатов заключается в следующем:

- разработан метод обнаружения дефектов датчиков и приводов для многоканальных систем с произвольной относительной степенью при неизмеряемом входном сигнале;
- разработана модификация метода, обеспечивающая конечное, задаваемое разработчиком, время сходимости;
- метод расширен на класс нелинейных систем с параметрическими неопределенностями и мультигармоническим возмущением.

Решение основано на использовании предложенного авторами ранее метода синтеза наблюдателей по выходу [7]. Разработаны модификации, обеспечивающие применимость данного подхода к системам с параметрическими неопределенностями, а также конечное, задаваемое пользователем, время сходимости.

Статья построена следующим образом: в разделе 2 приведена постановка задачи; раздел 3 посвящен синтезу инвариантного по входу наблюдателя; в разделе 4 описан метод обнаружения дефектов датчиков и приводов; в разделе 5 представлена модификация наблюдателя, обеспечивающая конечное время сходимости; в разделе 6 описано применение разработанного метода к нелинейным системам с параметрическими неопределенностями; результаты компьютерного моделирования представлены в разделе 7.

2. Постановка задачи

Рассмотрим многоканальную линейную стационарную систему

$$(1) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)), \\ y(t) = Cx(t) + f_s(t), \end{cases}$$

где $x(t) \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ – вектор входных сигналов, $y(t) \in \mathbb{R}^l$ – вектор измеряемых выходных сигналов, A, B, C – известные постоянные матрицы соответствующих размерностей, $f_s(t)$ – сигнал отказов, воздействующий на измерения датчиков, $f_a(t)$ – сигнал отказов, воздействующий на вход системы. Система имеет вектор относительных степеней между входами и выходами $r = [r_1, \dots, r_l]$.

Сигнал отказов датчиков $f_s(t)$ представляет собой некоторую неизвестную векторную функцию, искажающую измерения датчиков при их выходе из строя. Сигнал отказов $f_a(t)$, воздействующий на вход системы, принимает неизвестное ненулевое значение при выходе из строя приводов.

Введем следующие допущения.

- Пары матриц A, B и A, C управляемы и наблюдаемы соответственно.
- Матрицы B и C имеют полный столбцовый и строчный ранги соответственно [2].

Требуется разработать метод, обеспечивающий обнаружение дефектов датчиков и приводов в системе (1). Под решением будем понимать бинарную функцию следующего вида:

$$J_{fault}^i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если произошел отказ,} \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где i – индекс диагностируемого привода или датчика. Для решения поставленной задачи используем наблюдатели вектора состояния, нечувствительные по отношению ко входному сигналу. Также расширим полученные результаты на класс нелинейных систем с параметрическими неопределенностями и мультигармоническими возмущениями.

3. Синтез инвариантного по входу наблюдателя

В данном разделе приведем алгоритм построения наблюдателя, нечувствительного ко входному сигналу при условии отсутствия отказов. Представим матрицы B и C следующим образом:

$$B = [B_1 \ B_2 \ \dots \ B_m], \quad C = [C_1^T \ C_2^T \ \dots \ C_l^T]^T,$$

где B_i и C_i – столбцы и строки соответствующих матриц, и введем в рассмотрение

$$P = [C_1 A^{r_1} \ C_2 A^{r_2} \ \dots \ C_l A^{r_l}]^T,$$

$$N = \begin{bmatrix} C_1 A^{r_1-1} B_1 & C_1 A^{r_1-1} B_2 & \dots & C_1 A^{r_1-1} B_m \\ C_2 A^{r_2-1} B_1 & C_2 A^{r_2-1} B_2 & \dots & C_2 A^{r_2-1} B_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_l A^{r_l-1} B_1 & C_l A^{r_l-1} B_2 & \dots & C_l A^{r_l-1} B_m \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим инвариантный по входу наблюдатель [7]:

$$(2) \quad \dot{\hat{x}}(t) = M\hat{x}(t) + L(y(t) - C\hat{x}(t)) + Gy^{(r)}(t),$$

где $y^{(r)}(t) = [y_1^{(r_1)} \ y_2^{(r_2)} \ \dots \ y_l^{(r_l)}]$, $y_i^{(j)}$ – производная j -го порядка от i -го выхода системы (1), матрицы M , L , G – решения системы уравнений

$$(3) \quad \begin{cases} B - GN = 0, \\ M = A - GP, \\ F = M - LC, \end{cases}$$

где $G = B(N^T N)^{-1} N^T$. Для пояснения процедуры выбора матрицы G рассмотрим простейший академический пример

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C^T = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Тогда матрица N примет значение 1, а $G^T = [0 \ 1]$.

Рассмотрим ошибку наблюдения $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$. Продифференцируем ее с учетом (3) и получим динамическую модель:

$$\begin{aligned}
 \dot{\tilde{x}}(t) &= Ax(t) + Bu(t) - M\hat{x}(t) - L(y(t) - C\hat{x}(t)) - Gy^{(r)} = \\
 (4) \quad &= Ax(t) + Bu(t) - M\hat{x}(t) + LC\hat{x}(t) - GPx(t) - GNu(t) - Ly(t) = \\
 &= (A - GP)x(t) - M\hat{x}(t) - LC\tilde{x}(t) = \\
 &= (M - LC)\tilde{x}(t) = F\tilde{x}(t).
 \end{aligned}$$

Матрица F определяет динамику замкнутой системы и выбирается разработчиком, L рассчитывается для обеспечения требуемых собственных чисел матрицы F . Очевидно, что если F гурвицева, то ошибка наблюдения сходится к нулю. Данное условие может быть выполнено, если пара матриц (M, C) наблюдаема, т.е. существует такая матрица L , что $M - LC$ устойчива.

Определим необходимые и достаточные условия для существования решения системы уравнений (3).

Теорема 1. Пусть объект управления описывается системой уравнений (1), а наблюдатель (2) удовлетворяет следующим условиям:

- а) $\text{rank}(N) = \text{rank}(B)$;
- б) пара матриц (M, C) наблюдаема.

Тогда система уравнений (3) имеет единственное решение

$$G = B(N^T N)^{-1} N^T.$$

Доказательство. Система уравнений (3) имеет решение тогда и только тогда, когда $GN = B$. Перепишем его следующим образом:

$$N^T G^T = B^T.$$

Матрица B^T является элементом спектрального пространства N^T . Следовательно,

$$\text{rank}(B^T) \leq \text{rank}(N^T) \Rightarrow \text{rank}(B) \leq \text{rank}(N).$$

С другой стороны [20],

$$\text{rank}(N) = \text{rank}(PB) \leq \min\{\text{rank}(P), \text{rank}(B)\} \leq \text{rank}(B).$$

Следовательно, решение системы уравнений (3) существует тогда и только тогда, когда $\text{rank}(N) = \text{rank}(B)$. Получим решение для G следующим образом:

$$GN = B \Rightarrow GNN^T = BN^T \Rightarrow G = B(N^T N)^{-1} N^T.$$

Таким образом, динамика наблюдателя зависит от матрицы F , определенной в последнем уравнении системы (3). Несложно заметить, что для обеспечения устойчивости матрицы F пара матриц (M, C) должна быть наблюдаемой. Теорема доказана.

Наблюдатель вектора состояния (2) требует измеримости недоступных производных выходного сигнала. Без потери общности предположим, что $r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_l$. Для обеспечения возможности построения наблюдателя

для объекта с относительными степенями $r_i = 1$, $i = \overline{1, l}$ введем r_l опорных переменных следующим образом:

$$\begin{aligned} z_1(t) &= \hat{x}(t) - Gy^{(r-1)}(t), \\ \dot{z}_1(t) &= F(z_1(t) + Gy^{(r-1)}(t)) + Ly(t), \\ z_2(t) &= z_1(t) - FGy^{(r-2)}(t), \\ \dot{z}_2(t) &= F(z_2(t) + FGy^{(r-2)}(t)) + Ly(t), \\ z_3(t) &= z_2(t) - F^2Gy^{(r-3)}(t), \end{aligned}$$

...

$$\dot{z}_{r_1}(t) = Fz_{r_1}(t) + F^{r_1}G \begin{bmatrix} y_1(t) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + F^{r_1}G \begin{bmatrix} 0 \\ y_2^{(r_2-r_1)} \\ \dots \\ y_l^{(r_l-r_2)} \end{bmatrix} + Ly(t),$$

...

$$\dot{z}_{r_l}(t) = Fz_{r_l}(t) + F^{r_1}G \begin{bmatrix} y_1(t) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + F^{r_2}G \begin{bmatrix} 0 \\ y_2(t) \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots + F^{r_l}G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ y_l(t) \end{bmatrix} + Ly(t).$$

С использованием опорных переменных оценка вектора состояния может быть получена следующим образом:

$$(5) \quad \left\{ \begin{aligned} \hat{x}(t) &= z_1(t) + Gy^{(r-1)}(t) = z_{r_l}(t) + F^{r_l-1}G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ y_l(t) \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + F^{r_1}G \begin{bmatrix} 0 \\ y_2^{(r_2-r_1-1)}(t) \\ \dots \\ y_l^{(r_l-r_1-1)}(t) \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} y_1^{(r_1-1)}(t) \\ y_2^{(r_2-1)}(t) \\ \dots \\ y_l^{(r_l-1)}(t) \end{bmatrix}, \\ \dot{z}_{r_l}(t) &= Fz_{r_l}(t) + F^{r_1}G \begin{bmatrix} y_1(t) \\ 0 \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + F^{r_2}G \begin{bmatrix} 0 \\ y_2(t) \\ \dots \\ 0 \end{bmatrix} + \dots \\ &\dots + F^{r_l}G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ y_l(t) \end{bmatrix} + Ly(t). \end{aligned} \right.$$

Для краткости перепишем (5) следующим образом:

$$(6) \quad \begin{cases} \hat{x}(t) = W_1(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)}(t)), \\ \dot{z}_{r_l} = W_2(z_{r_l}(t), y(t)). \end{cases}$$

Наблюдатель вектора состояния (5) может быть построен для оценки вектора состояния систем с единичными относительными степенями. Однако он может использоваться для решения задачи обнаружения дефектов систем с произвольной относительной степенью за счет применения фильтров. Данный подход представлен в следующем разделе.

4. Метод обнаружение дефектов

Несмотря на ограничения для синтеза наблюдателя (5), он может быть эффективно использован для диагностирования систем с произвольными относительными степенями, в частности для обнаружения отказов датчиков и приводов.

4.1. Обнаружение дефекта в системе

Для решения задачи обнаружения дефектов будем оценивать разность между измеренным выходом и его оценкой, полученной с использованием наблюдателя

$$(7) \quad J(t) = y(t) - C\hat{x}(t).$$

Для устранения неизмеряемых производных выходного сигнала применим к (7) линейный фильтр $\frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}$, где $s = d/dt$, λ – положительная константа:

$$(8) \quad \begin{aligned} J_f(t) &= \frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}[J(t)] = \frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}[y(t)] - \\ &- C \frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}[W_1(z_{r_i}(t), y^{(r_i-1)}(t))], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} &\frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}[W_1(z_{r_i}(t), y^{(r_i-1)}(t))] = \\ &= \frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}z_{r_i}(t) + F^{r_i-1}G \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \frac{\lambda^{r_i-1}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_l(t) \end{bmatrix} + \dots + \\ &+ F^{r_1}G \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\lambda^{r_i-1}s^{(r_2-r_1-1)}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_2(t) \\ \dots \\ \frac{\lambda^{r_i-1}s^{(r_l-r_1-1)}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_l(t) \end{bmatrix} + G \begin{bmatrix} \frac{\lambda^{r_i-1}s^{(r_1-1)}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_1(t) \\ \frac{\lambda^{r_i-1}s^{(r_2-1)}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_2(t) \\ \dots \\ \frac{\lambda^{r_i-1}s^{(r_l-1)}}{(s+\lambda)^{r_i-1}}y_l(t) \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Все сигналы в уравнении (8) являются доступными для измерения. Например, вместо неизмеримой производной $y_l^{(r_l-1)}(t)$ в (7) в уравнении (8) используется фильтрованный выход $\frac{(\lambda s)^{r_l-1}}{(s+\lambda)^{r_l-1}}y_l(t)$. Если сигнал отказа не является высокочастотным колебанием, то при $\|J(t)\| \neq 0$ имеем $\|J_f(t)\| \neq 0$. Требуемая чувствительность к частотам сигнала отказа обеспечивается выбором коэффициента λ . Сформулируем правило обнаружения дефектов в виде выражения

$$J_{fault}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } \|J_f(t)\| > \sigma, \\ 0, & \text{если } \|J_f(t)\| \leq \sigma, \end{cases}$$

где $J_{fault}(t)$ – индикатор отказа, $\sigma > 0$ – пороговое значение, задаваемое разработчиком или адаптивно настраиваемое в процессе эксплуатации системы для обеспечения робастности по отношению к шумам измерений.

4.2. Обнаружение отказов датчиков

Для локализации отказов датчиков представим систему (1) в виде [2]

$$(9) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B(u(t) + f_a(t)), \\ y^j(t) = C^j x(t) + f_s^j(t), \\ y_j(t) = c_j x(t) + f_{s_j}(t), \end{cases}$$

где $c_j \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ – j -я строка матрицы C , матрица $C^j \in \mathbb{R}^{(l-1) \times n}$ получена путем удаления j -й строки из матрицы C , $y^j(t)$ – вектор $y(t)$ без j -го элемента. Для диагностирования j -го датчика построим наблюдатель вида (6) для системы, описываемой первыми двумя уравнениями (9):

$$(10) \quad \begin{cases} \hat{x}^j(t) = W_1(z_{r_l}^j(t), y^j(t)), \\ \dot{z}_{r_l}^j = W_2(z_{r_l}^j(t), y^j(t)), \end{cases}$$

где $z_{r_l}^j(t)$ – r_l -я опорная переменная для системы (9), и введем функцию

$$J_f^{s,j}(t) = \frac{\lambda^{r_l-1}}{(s+\lambda)^{r_l-1}}y^j(t) - C^j \frac{\lambda^{r_l-1}}{(s+\lambda)^{r_l-1}}W_1(z_{r_l}^j(t), y^j(t)).$$

Вектор $J_f^{s,j}(t)$ чувствителен к отказам всех датчиков, кроме j -го. Таким образом, можем сформулировать следующее правило для обнаружения отказов датчиков:

$$J_{fault}^{s,j}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } \|J_f^{s,j}(t)\| < \sigma_{s,j}, \\ 0, & \text{если } \|J_f^{s,j}(t)\| \geq \sigma_{s,k}, \quad k = 1, \dots, j-1, j+1, \dots, l, \end{cases}$$

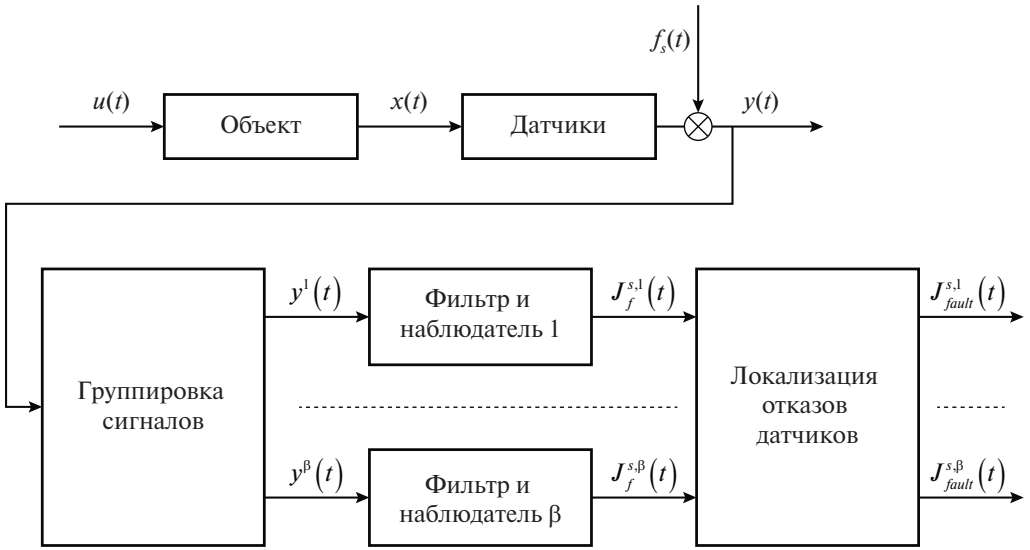


Рис. 1. Схема обнаружения отказов датчиков.

где $\sigma_{s,j}$ – пороговое значение для обеспечения робастности по отношению к шумам. Схематично система обнаружения отказов датчиков приведен на рис. 1.

4.3. Обнаружение отказов приводов

Приведенный выше подход не может быть применен для обнаружения отказов приводов, так как наблюдатель нечувствителен к входному сигналу. В связи с этим для решения данной задачи используем другой подход.

На основании теоремы 1 перепишем первое уравнение системы (1), подставив вместо $x(t)$ его оценку, полученную с помощью (2). С учетом (4) $x(t) = \hat{x}(t) + e^{Ft}\tilde{x}(0)$, тогда уравнение динамики примет вид

$$(11) \quad \dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B(u(t) + f_a(t)) + \epsilon(t),$$

где $\epsilon(t)$ – экспоненциально затухающая функция, влиянием которой можно пренебречь.

Применим к (11) устойчивый линейный фильтр первого порядка и выразим слагаемое, содержащее сигнал отказа:

$$J^a(t) = \frac{\lambda}{s + \lambda} [Bf_a(t)] = \frac{\lambda s}{s + \lambda} [\hat{x}(t)] - \frac{\lambda}{s + \lambda} [A\hat{x}(t) + Bu(t)].$$

Для устранения неизмеряемых производных выходного сигнала, содержащихся в наблюдателе (6), применим также фильтр $\frac{\lambda r_i - 1}{(s + \lambda)^{r_i - 1}}$ и получим векторную функцию, на основании которой проведем диагностирование отказов

приводов:

$$(12) \quad \begin{aligned} J_f^a(t) &= \frac{s\lambda^{r_l}}{(s+\lambda)^{r_l}} W_1 \left(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)} \right) - \\ &- \frac{\lambda^{r_l}}{(s+\lambda)^{r_l}} \left(AW_1(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)}) + Bu(t) \right). \end{aligned}$$

В соответствии с постановкой задачи все столбцы матрицы B линейно независимы. Следовательно, при отказе j -го привода вектор $J_f^a(t)$ будет сонаправлен B_j . Для обеспечения робастности и нормализации значений отказов различных приводов будем использовать косинус угла между векторами $J_f^a(t)$ и B_j . Большее значение косинуса соответствует меньшему углу между рассматриваемыми векторами и, следовательно, большей вероятности отказа j -го привода. Тогда правило обнаружения отказа для j -го привода примет вид

$$J_{fault}^{a,j}(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } \frac{\|J_f^{aT} B_j\|}{\|J_{a,f}\| \|B_j\|} < \sigma_{a,j}, \\ 0 & \text{иначе,} \end{cases}$$

где $J_{fault}^{a,j}(t)$ принимает единичное значение при отказе j -го привода и нулевое в противном случае.

5. Обеспечение конечного времени сходимости

Время сходимости $\hat{x}(t)$ к истинному значению зависит от собственных чисел матрицы F . В ряде практических приложений требуется конечное время сходимости, регулируемое разработчиком. Для обеспечения данной возможности проведем модификацию наблюдателя (5).

С учетом (4) представим вектор состояния через его оценку

$$(13) \quad x(t) = \hat{x}(t) + e^{Ft} \tilde{x}(0).$$

Очевидно, что для восстановления точного значения вектора состояния требуется начальная ошибка наблюдения. Подставим (6) в (13)

$$x(t) - W_1(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)}(t)) = e^{Ft} \tilde{x}(0),$$

умножим на матрицу C и для устранения неизмеряемых производных выхода применим линейный фильтр $\frac{\lambda^{r_l-1}}{s+\lambda^{r_l-1}}$:

$$y - CW_1(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)}(t)) = Ce^{Ft} \tilde{x}(0).$$

Данное уравнение может быть представлено в виде линейной регрессии

$$(14) \quad q(t) = m^T(t) \tilde{x}(0),$$

где

$$q(t) = \frac{\lambda^{r_l-1}}{s + \lambda^{r_l-1}} \left(y(t) - CW_1(z_{r_l}(t), y^{(r_l-1)}(t)) \right),$$

$$m^T(t) = \frac{\lambda^{r_l-1}}{s + \lambda^{r_l-1}} C e^{Ft}.$$

Определим начальную ошибку наблюдения с использованием (14), метода динамического расширения регрессора и схемы Крессельмейера [21, 22]. Умножим (14) на $m(t)$

$$m(t)q(t) = m(t)m^T(t)\tilde{x}(0)$$

и применим устойчивый линейный фильтр $H(s) = \lambda_f/(s + \lambda_f)$, где $\lambda_f > 0$, для получения расширенной линейной регрессии

$$(15) \quad \begin{aligned} Y(t) &= \Phi(t)\tilde{x}(0), \\ Y(t) &= H(s)m(t)q(t), \\ \Phi(t) &= H(s)m(t)m^T(t). \end{aligned}$$

При реализации в пространстве состояний (15) имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{\Phi}(t) &= -\lambda_f\Phi(t) + m(t)m^T(t), \quad \Phi(0) = 0, \\ \dot{Y}(t) &= -\lambda_f Y(t) + m(t)q(t), \quad Y(0) = 0. \end{aligned}$$

Приведенная выше схема Крессельмейера позволяет обеспечить незатухающее возбуждение регрессора на время, необходимое для оценки начальной ошибки наблюдения.

В соответствии с [21] применим к (15) $n - 1$ различных устойчивых линейных фильтров $H_i(s) = \lambda_i/(s + \lambda_i)$ и умножим на присоединенную матрицу $\Phi(t)$. Проведенные преобразования позволяют получить n скалярных регрессионных уравнений

$$\Upsilon_i(t) = \Delta(t)\tilde{x}_i(0), \quad i = \overline{1, n},$$

где $\Delta(t) = \det(\Phi(t))$, $\Upsilon_i(t) = \text{Adj}(\Phi(t))Y_i(t)$, $\tilde{x}_i(0)$ – i -й элемент $\tilde{x}(0)$.

Оценка начальной ошибки при отсутствии шумов может быть получена тривиальным решением

$$(16) \quad \hat{\tilde{x}}_i(0) = \frac{\Upsilon_i(t)}{\max(\Delta(t), \varepsilon)},$$

где ε – маленькое число для предотвращения деления на ноль при инициализации алгоритма.

Влияние шумов может быть снижено путем выбора соответствующего фильтра для (15), использованием низкочастотных фильтров или фильтров со скользящим средним. Сформулируем следующую теорему.

Теорема 2. Если матрица F имеет мнимые собственные числа, что обеспечивает условие незатухающего возбуждения сигнала $m^T(t)$, то уравнения (13) и (14)–(16) обеспечивают оценку $\tilde{x}(0)$ за конечное время.

Доказательство теоремы следует из результатов, представленных в [22], и приведенных выше вычислений. Время сходимости задается разработчиком путем выбора момента времени для вычисления (16).

Данная теорема и уравнение (13) обеспечивают оценку вектора состояния за конечное время, что позволяет обеспечить требуемое время диагностирования датчиков и приводов.

6. Применение к нелинейным системам с параметрическими неопределенностями

Рассмотрим нелинейную стационарную систему с параметрическими неопределенностями

$$(17) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B[\Theta_u(u(t) + f_a(t)) + \Theta_x x(t) + \Theta_y \Phi_y(y, t) + \delta(t)], \\ y(t) = Cx(t) + f_s(t), \end{cases}$$

где

$$\Theta_u = \begin{bmatrix} \theta_{11u} & \theta_{12u} & \dots & \theta_{1mu} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{m1u} & \theta_{m2u} & \dots & \theta_{mmu} \end{bmatrix}, \quad \Theta_x = \begin{bmatrix} \theta_{11x} & \theta_{12x} & \dots & \theta_{1nx} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \theta_{m1x} & \theta_{m2x} & \dots & \theta_{mnx} \end{bmatrix},$$

$$\Theta_y = \begin{bmatrix} \theta_{11y} & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{mmy} \end{bmatrix}, \quad \Phi_y(y, t) = \begin{bmatrix} \varphi_{1y}(y, t) \\ \vdots \\ \varphi_{my}(y, t) \end{bmatrix},$$

$\theta_{iju}, \theta_{ijx}, \theta_{iiy}$ – неизвестные параметры, φ_{iy} – известные функции, $\delta(t)$ – внешнее возмущение.

Введем допущение, что внешнее возмущение $\delta(t)$ имеет вид

$$\sum_{i=1}^{\bar{n}} R_i \sin(\omega_i t + \phi_i),$$

где R_i, ω_i, ϕ_i – являются амплитудами, частотами и фазами соответственно, \bar{n} – известное число гармоник.

Поскольку наблюдатель (6) робастен по отношению ко входным сигналам, то схема обнаружения отказов датчиков, приведенная на рис. 1, сохраняет свою работоспособность. Однако неопределенности в канале управления не позволяют применить метод для обнаружения отказов приводов. Для решения данной проблемы требуется произвести оценку неизвестных параметров. Проведем параметризацию (17).

Согласно теореме 2 предложенный наблюдатель обеспечивает оценку вектора состояния за конечное время. Подставим данную оценку в (17):

$$\begin{aligned}
 \dot{\hat{x}}(t) &= A\hat{x}(t) + B\bar{u}(t), \\
 \dot{\bar{z}}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l^{(1)}(t) + \dots + Gy^{(r)}(t) &= \\
 (18) \quad &= A(\bar{z}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l(t) + \dots + Gy^{(r-1)}(t)) + \\
 &+ B \left[\Theta_u u(t) + \Theta_x(\bar{z}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l(t) + \dots + \right. \\
 &\quad \left. + Gy^{(r-1)}(t)) + \Theta_y \Phi_y(y, t) + \delta(t) \right] + Bf_a^*(t),
 \end{aligned}$$

где новый неизвестный вход имеет вид

$$\begin{aligned}
 \bar{u}(t) &= \Theta_u u(t) + \Theta_x \hat{x}(t) + \Theta_y \Phi_y(y, t) + \delta(t) + f_a^*(t), \\
 f_a^*(t) &= \Theta_u f_a(t), \\
 \bar{z}_{r_l}(t) &= z_{r_l}(t) + e^{Ft} \hat{x}(0).
 \end{aligned}$$

Предположим, что в начале функционирования системы отказы приводов отсутствуют, т.е. $Bf_a^*(t) = 0$. Применим фильтр r_l -ого порядка $\frac{\lambda_r^{r_l}}{(s + \lambda_r)^{r_l}}$, $\lambda_r > 0$ к уравнению (18) и преобразуем его к форме линейной регрессии

$$(19) \quad q_r(t) = B[m_r^T(t)\Xi_r + \bar{\delta}(t)],$$

где

$$\begin{aligned}
 q_r(t) &= \frac{\lambda_r^{r_l}}{(s + \lambda_r)^{r_l}} \left[\dot{\bar{z}}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l^{(1)}(t) + \dots + Gy^{(r)}(t) \right] - \\
 &- A \left(\bar{z}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l(t) + \dots + Gy^{(r-1)}(t) \right),
 \end{aligned}$$

регрессор с известными сигналами

$$\begin{aligned}
 m_r(t) &= [U_r(t) \quad S_r(t) \quad \Phi_r(t)]^T, \\
 U_r(t) &= \frac{\lambda_r^{r_l}}{(s + \lambda_r)^{r_l}} [u(t)], \\
 S_r(t) &= \frac{\lambda_r^{r_l}}{(s + \lambda_r)^{r_l}} \left[\bar{z}_{r_l}(t) + F^{r_l-1}Gy_l(t) + \dots + Gy^{(r-1)}(t) \right], \\
 \Phi_r(t) &= \frac{\lambda_r^{r_l}}{(s + \lambda_r)^{r_l}} [\Phi_y(y, t)],
 \end{aligned}$$

вектор неизвестных постоянных параметров

$$\Xi_r = [\Theta_u \quad \Theta_x \quad \Theta_y]^T \in \mathbb{R}^{\bar{m}},$$

фильтрованное внешнее возмущение

$$\bar{\delta}(t) = \frac{\lambda_r^{r_i}}{(s + \lambda_r)^{r_i}} [\delta(t)].$$

Для простоты изложения без потери общности предположим, что возмущающий сигнал включает в себя одну гармонику. Далее, опираясь на свойство синусоидального сигнала ($s^2[\sin \omega t] = -\omega^2 \sin \omega t$), перепишем (19) в виде

$$(20) \quad s^2 [q_r(t) - Bm_r^T(t)\Xi_r] = -\omega^2 [q_r(t) - Bm_r^T(t)\Xi_r],$$

где ω – частота синусоидального сигнала.

Для идентификации неизвестных параметров уравнения (20) требуется только его первая строка. Умножим обе стороны уравнения (20) на матрицу \bar{B} такую, что $\bar{B}B = 1$, и, применяя линейный устойчивый фильтр второго порядка $\frac{\lambda_\delta^2}{(s+\lambda_\delta)^2}$, получим

$$(21) \quad q_\delta(t) = m_\delta^T(t)\Xi_\delta,$$

где

$$m_\delta^T(t) = \left[\frac{s^2\lambda_\delta^2}{(s+\lambda_\delta)^2} [m_r^T(t)], \frac{\lambda_\delta^2}{(s+\lambda_\delta)^2} [-\bar{B}q_r(t)], \frac{\lambda_\delta^2}{(s+\lambda_\delta)^2} [m_r^T(t)] \right],$$

$$\Xi_\delta = [\Xi_r \quad \omega^2 \quad \omega^2\Xi_r]^T,$$

$$q_\delta(t) = \frac{s^2\lambda_\delta^2}{(s+\lambda_\delta)^2} [\bar{B}q_r(t)].$$

Отметим, что если сигнал $\bar{\delta}(t)$ содержит несколько гармоник, то система (19) также может быть приведена к виду линейной регрессии [23].

Для оценивания неизвестных параметров в линейном регрессионном уравнении (21) применим метод идентификации FT DREM, описанный в (14)–(16) [19, 20]. Далее, фильтрованное внешнее возмущение может быть легко вычислено следующим образом:

$$(22) \quad \bar{\delta}_r(t) = \bar{B}q_r(t) - m_r^T(t)\hat{\Xi}_r = \theta_{\sin} \sin(\hat{\omega}t) + \theta_{\cos} \cos(\hat{\omega}t) = m_\delta^T(t)\theta_\delta,$$

где $m_\delta^T(t) = [\sin(\hat{\omega}t) \quad \cos(\hat{\omega}t)]$, $\theta_\delta = \begin{bmatrix} \theta_{\sin} \\ \theta_{\cos} \end{bmatrix}$, θ_{\sin} , θ_{\cos} – амплитуды фильтрованного внешнего возмущения.

Очевидно, что уравнение (22) имеет форму линейного регрессионного уравнения, к которому можно применить любой метод идентификации для оценки амплитуды внешнего возмущения.

В итоге все неизвестные параметры исходной системы идентифицированы, что позволяет применить метод обнаружения отказов приводов, описанный в (11) и (12).

Таким образом, обобщенный алгоритм для системы с параметрическими неопределенностями может быть описан следующими шагами:

- 1) Построить инвариантные по входу наблюдатели (5).
- 2) Использовать инвариантные по входу наблюдатели и метод, описанный в (7)–(10) для обнаружения отказов датчиков.
- 3) Основываясь на функционирующих без отказов датчиках, построить инвариантные по входу наблюдатели, параметризовать исходную систему в форме (17).
- 4) Оценить неизвестные параметры исходной системы с помощью метода, описанного в (18)–(22).
- 5) Произвести оценку отказов приводов.

Замечание 1. Следует обратить внимание, что вектор состояния оценивается на основе выходов исходной системы. Это означает, что хотя бы один выход должен иметь достоверное значение. То есть необходимо построить как минимум два инвариантных по входу наблюдателя для обнаружения отказов датчиков. С другой стороны, для обнаружения отказов приводов предложенное решение требует построения только одного инвариантного по выходу наблюдателя, что позволяет решить поставленную задачу даже при наличии единственного входного сигнала.

7. Компьютерное моделирование

Для демонстрации эффективности предложенного метода проведем компьютерное моделирование. Рассмотрим следующую нелинейную параметрически неопределенную систему:

$$(23) \quad \begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = k_1 x_1(t) + k_2 x_2(t) + k_3 x_3(t) + k_4 x_3(t) + k_5(u(t) + f_a(t)) + k_6 \sin(y_1), \\ \dot{x}_3(t) = x_4(t), \\ \dot{x}_4(t) = x_1(t) - 2x_3(t), \\ y_1(t) = x_1(t) + v_1(t), \\ y_2(t) = x_3(t) + f_s(t) + v_2(t), \\ y_3(t) = x_4(t) + v_3(t), \end{cases}$$

где $k_1, k_2, k_3, k_4, k_5, k_6$ – неизвестные параметры, $f_s(t)$ – сигнал отказа датчика, $f_a(t)$ – сигнал отказа приводов, $v_1(t), v_2(t), v_3(t)$ – шумы измерений с гауссовским распределением, математическое ожидание которого 0,005, дисперсия 0,005.

Перепишем (23) в форме пространства состояний, соответствующей постановке задачи (17):

$$(24) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4] x(t) + \theta_5(u(t) + f_a(t)) + \theta_6 \sin(y_1), \\ y(t) = Cx(t) + C_s f_s(t) + v(t), \end{cases}$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -4 & -3 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad C_s = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$u(t) = 1 + 2 \sin(t), \quad v(t) = [v_1(t) \ v_2(t) \ v_3(t)]^T.$$

Уравнения (24) содержат неизвестные параметры, связанные с параметрами системы $\theta_1 = k_1 + 4 = -1$, $\theta_2 = k_2 + 3 = 3$, $\theta_3 = k_3 - 2 = -3$, $\theta_4 = k_4 = 1$, $\theta_5 = k_5 = 2$, $\theta_6 = k_6 = -2$. Отметим, что при построении системы диагностирования коэффициенты θ_i считаются неизвестными и определяются в процессе оценки.

Зададим сигналы отказов следующим образом. Сигнал отказа второго датчика $f_s(t)$ равен нулю до момента времени $t = 5$ секунд, после чего принимает ненулевое значение $3 + \cos(t)$. Отказ привода происходит в 15-ю секунду, и его сигнал принимает значение $f_a(t) = 5$.

Видно, что система (24) имеет относительные степени $r_1(y_1) = 2$, $r_2(y_2) = 4$, $r_3(y_3) = 3$. Построим три наблюдателя с использованием опорных переменных (5) для $\hat{x}^i(t)$, $i = 1, 2, 3$. Матрицы L^i выбираются таким образом, чтобы матрицы $F^i = M^i - L^i C^i$ были гурвицевыми или, при применении алгоритма с конечным времени сходимости, имели собственные числа, лежащие на мнимой оси. Матрицы $C^i \in \mathbb{R}^{(l-1) \times n}$ получены путем удаления i -й строки из матрицы C .

Для сравнения наблюдателей с асимптотической и с конечной сходимостью первый наблюдатель был синтезирован с гурвицевой матрицей F^1 , а матрицы F^2 и F^3 имеют мнимые собственные числа:

$$L^1 = \text{place}((M^1)^T, (C^1)^T, [-4 \ -5 \ -6 \ -7])^T, \quad F^1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & -76 \\ 2 & 0 & 0 & -150 \\ 0 & 0 & -7 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -15 \end{bmatrix},$$

$$L^2 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad F^2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$L^3 = \begin{bmatrix} 0 & 5 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T, \quad F^3 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -5 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{bmatrix}.$$

Параметры алгоритмов оценки зададим следующим образом $\frac{\lambda_0}{s+\lambda_0} = \frac{\lambda_1}{s+\lambda_1} = \dots = \frac{\lambda_\delta}{s+\lambda_\delta} = \frac{5}{s+5}$, $a_0 = a_1 = \dots = a_\delta = 0,5$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \dots = \varepsilon_\delta = 10^{-7}$, пороговое значение $\sigma = 5$.

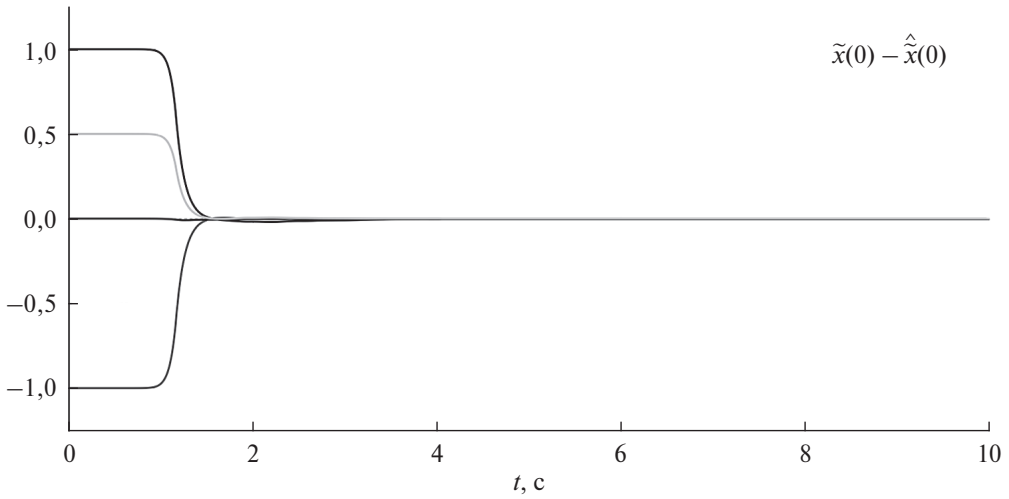


Рис. 2. Ошибки оценивания вектора начальных условий.

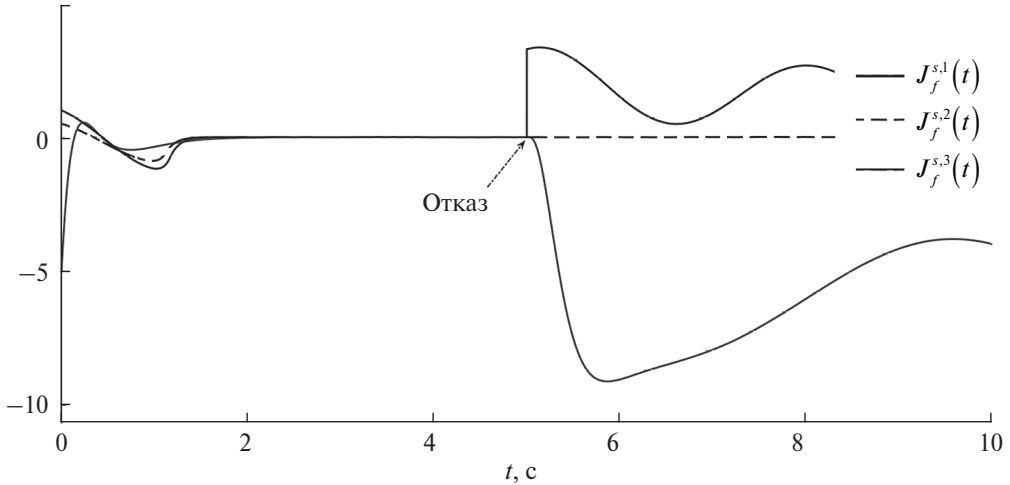


Рис. 3. Сигналы рассогласования при отказе второго датчика.

На рис. 2–5 показаны результаты моделирования. Переходные процессы ошибок оценивания начальных условий представлены на рис. 2. Видно, что данные сигналы сходятся к нулю. На рис. 3 представлены сигналы рассогласования при отказе второго датчика. Данные сигналы сходятся к нулю после оценки начальных условий. При наступлении отказа датчика $J_f^{s,2}(t)$ продолжает сохранять нулевое значение, а $J_f^{s,1}(t)$ и $J_f^{s,3}(t)$ отклоняются, что свидетельствует о корректной локализации отказа второго датчика. Сравнивая результаты наблюдателей $J_f^{s,1}(t)$ и $J_f^{s,3}(t)$ необходимо отметить, что использование наблюдателя с конечным временем сходимости позволяет быстрее произвести обнаружение дефектов. На основе датчиков, не подверженных

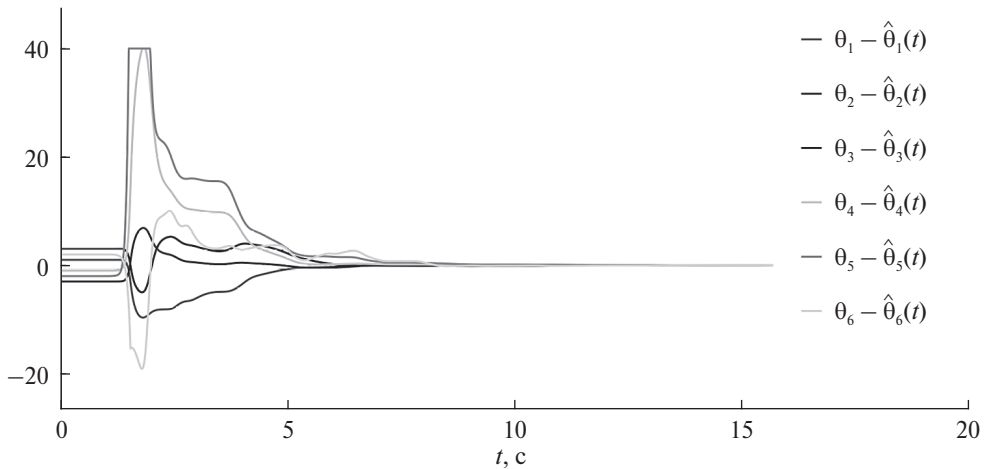


Рис. 4. Ошибки оценивания неизвестных параметров.

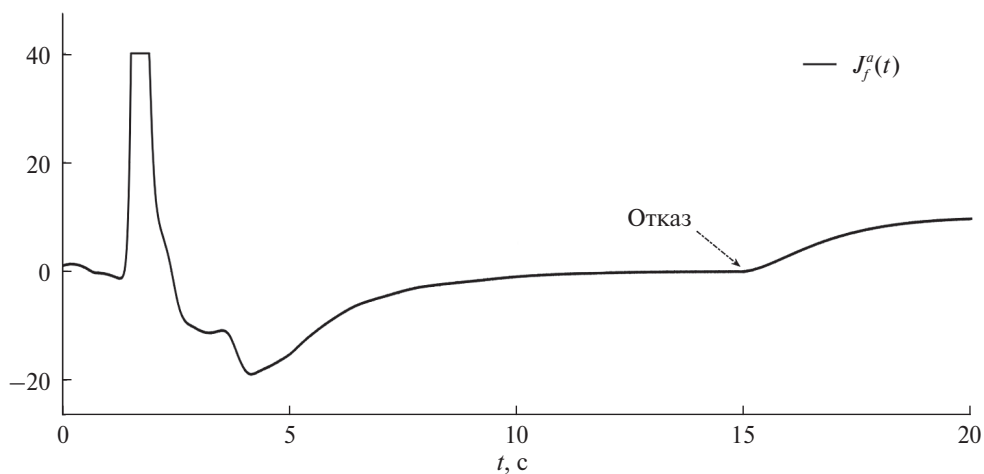


Рис. 5. Сигнал рассогласования при отказе привода.

влиянию отказов, формируется инвариантный по входу наблюдатель для диагностирования привода.

На рис. 4 представлены графики оценивания неизвестных параметров. Сигнал оценки отказа привода приведен на рис. 5. Данный сигнал сходится к нулю в результате идентификации параметров и принимает ненулевое значение после 15 секунд, что свидетельствует о корректном обнаружении дефекта.

Для обеспечения робастности по отношению к шумам, в правило выдачи сигнала обнаружения отказа вводится пороговое значение σ . Использование фильтров также позволяет снизить воздействие шумов измерений на метод диагностирования, однако фильтрация неизбежно вносит запаздывание в диагностические сигналы.

8. Заключение

В статье представлен метод диагностирования датчиков и приводов для многоканальных линейных систем с произвольной относительной степенью. Данный подход основан на наблюдателях, инвариантных по отношению ко входному сигналу. Для разработанного наблюдателя предложены модификации, обеспечивающие конечное время сходимости, задаваемое пользователем, и применимость к системам с параметрическими неопределенностями и мультигармоническими возмущениями. Проведено компьютерное моделирование, подтверждающее эффективность и работоспособность предложенного подхода. Полученный результат также может быть расширен на класс нестационарных систем, параметры которых являются выходами линейных генераторов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кулик А.С., Рубанов В.Г., Соколов Ю.Н. Синтез систем, приспособляющихся к изменениям параметров элементов и их отказам // *АиТ*. 1978. № 1. С. 96–107.
2. Patton R.J., Chen J. Observer-based fault detection and isolation: Robustness and applications // *Control Engineering Practice*. 1997. V. 5. No. 5. P. 671–682.
3. Isermann R. Supervision, fault-detection and fault-diagnosis methods, An introduction // *Control Engineering Practice*. 1997. V. 5. No. 5. P. 639–652.
4. Жирабок А.Н., Зуев А.В., Сергиенко О.Ю., Шумский А.Е. Идентификация дефектов в нелинейных динамических системах и их датчиках на основе скользящих наблюдателей // *АиТ*. 2022. № 2. С. 63–89.
5. Hou M., Muller P.C. Design of Observers for Linear Systems with Unknown Inputs // *IEEE. Trans. Autom. Control*. 1992. V. 36. No. 6. P. 871–875.
6. Warrad B., Boubaker O. Design of Unknown Input Observers for Linear Systems with State and Input Delays // *15th International Multi-Conference on Systems, Signals & Devices (SSD)*. 2018. P. 1–5.
7. Буй В., Маргун А.А., Бобцов А.А. Синтез наблюдателя переменных состояния и синусоидального возмущения для линейной нестационарной системы с неизвестными параметрами // *Изв. ВУЗов. Приборостроение*. 2024. Т. 67. № 3. С. 209–219.
8. Буй В., Маргун А.А., Бобцов А.А. Синтез наблюдателя, обеспечивающего финитную оценку состояния по выходу // *Мехатроника, автоматизация, управление*. 2024. Т. 25. № 2. С. 65–71.
9. Chen W., Saif M. Fault detection and isolation based on novel unknown input observer design // *2006 American Control Conference*. 2006. P. 6.
10. Duan G.-R., Patton R.J. Robust fault detection using Luenberger-type unknown input observers – a parametric approach // *Int. J. Syst. Sci*. 2001. V. 32. No. 4. P. 533–540.
11. Xu F., Tan J., Wang X., Puig V., Liang B., Yuan B. A novel design of unknown input observers using set-theoretic methods for robust fault detection // *2016 American Control Conference (ACC)*. 2016. P. 5957–5961.

12. *Zarei J., Poshtan J.* Design of Nonlinear Unknown Input Observer for Process Fault Detection // *Indust. Engineer. Chemistr. Res.* 2010. V. 49. No. 22. P. 11443–11452.
13. *Duan G.R., Howe D., Patton R.J.* Robust fault detection in descriptor linear systems via generalized unknown input observers // *Int. J. Syst. Sci.* 2002. V. 33. No. 5. P. 369–377.
14. *Zhou M., Wang Z., Shen Y.* Fault Detection and Isolation Method Based on H_∞ Unknown Input Observer Design in Finite Frequency Domain // *Asian J. Control.* 2017. V. 19. P. 1777–1790.
15. *Bui V.H., Margun A.A., Kremlev A.S.* Detection and isolation of sensor faults under external disturbances // 8th International Conference on Control, Decision, and Information Technologies (CoDIT). 2022. P. 1255–1260.
16. *Ichalal D., Mammam S.* On Unknown Input Observers for LPV Systems // *IEEE Transact. Indust. Electron.* 2015. V. 69. No. 9. P. 5870–5880.
17. *Floquet T., Edwards C., Spurgeon S.K.* On sliding mode observers for systems with unknown inputs // *Int. J. Adaptiv. Control Signal Proc.* 2007. V. 21. No. 8. P. 638–656.
18. *Wang X., Tan C., Liu L., Qi Q.* A novel unknown input interval observer for systems not satisfying relative degree condition // *Int. J. Robust Nonlin.* 2021. V. 31. P. 2762–2782.
19. *Coutinho P., Bessa I., Xie W., Nguyen A., Palhares R.* A sufficient condition to design unknown input observers for nonlinear systems with arbitrary relative degree // *Int. J. Robust Nonlin.* 2022. V. 52. No. 15. P. 8331–8348.
20. *Margun A.A., Bui V.H., Bobtsov A.A., Efimov D.V.* State estimation for a class of nonlinear time-varying uncertain system under multiharmonic disturbance // arXiv:2407.18987, 2024.
21. *Ortega R., Aranovskiy S., Pyrkin A., Astolfi A., Bobtsov A.* New results on parameter estimation via dynamic regressor extension and mixing: Continuous and discrete-time cases // *IEEE. Transact. Autom.* 2020. V. 66. No. 5. P. 2265–2272.
22. *Korotina M., Aranovskiy S., Ushirobira R., Efimov D., Wang J.* A note on fixed-and discrete-time estimation via the DREM method // hal-03746920. 2022.
23. *Khac T.N., Vlasov S., Pyrkin A.* Parameters estimation of multi-sinusoidal signal in finite-time // *Cybernet. Phys.* 2022. V. 11. No. 2. P. 74–81.

Статья представлена к публикации членом редколлегии П.В. Пакиным.

Поступила в редакцию 11.06.2024

После доработки 02.09.2024

Принята к публикации 04.09.2024