

Управление в технических системах

© 2024 г. М.И. ДАНИЛОВ, канд. физ.-мат. наук (mdanilov@ncfu.ru),
И.Г. РОМАНЕНКО, канд. техн. наук (irina_romanenko@mail.ru)
(Северо-Кавказский федеральный университет, Ставрополь)

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ГРАНИЦЫ ОБЛАСТИ, ПРЕДШЕСТВУЮЩЕЙ ПРЕДЕЛЬНЫМ УСТАНОВИВШИМСЯ РЕЖИМАМ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ, МЕТОДОМ АНАЛИЗА ТРОПИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ УРАВНЕНИЙ БАЛАНСОВ МОЩНОСТИ¹

Проведен анализ известного [8] подхода, в котором для оценки области существования режима электроэнергетической системы применяется тропическая геометрия над комплексными мультиполями балансов активной мощности. Показаны его ограничения и предложен новый подход, а также представлен критерий для определения границы, предшествующей нарушению устойчивости энергосистемы, обусловленной перестройкой тропического множества решений. Разработанный подход позволяет по известным параметрам линий и динамике изменения модулей напряжений узлов и их нагрузки определять приближение режима энергосистемы к предельному.

Ключевые слова: электроэнергетическая система, статическая устойчивость, подобласти существования режима, тропическая геометрия.

DOI: 10.31857/S0005231024010061

1. Введение

Расчет установившихся режимов (состояний) электроэнергетических систем необходим для проверки фактической возможности передачи требуемой потребителям мощности от имеющихся генераторов [1–3]. Кроме того, важным для задач управления [4–6] является уметь оценить расчетные параметры исследуемого состояния энергосистемы относительно предельно возможного режима [7–9]. Предельный режим определяют путем увеличения энергопотребления узлов (шин) до критических значений, при которых еще выполняется баланс мощностей в системе. В случае дальнейшего повышения нагрузки узлов баланс в энергосистеме не будет выполняться из-за нарушения статической устойчивости, и такой режим является невозможным для фактического осуществления. Процедура поиска предельных режимов, называемая утяжелением, выполняется путем выбора узлов и шага приращения их мощности, которые могут определяться эмпирическими соображениями,

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке программы «Приоритет-2030» (грант № 122060300035-2).

основанными на анализе топологии сети или других необходимых критериев. Существуют различные подходы к поиску предельных режимов и применяемых при этом критериев. К традиционному [3] методу относят подход и критерий Жданова, в этом случае выполняется утяжеление и контролируется равенство нулю якобиана линеаризованных уравнений установившегося состояния энергосистемы [1, 2]. В [3] предложена оптимизационная модель предельных режимов электрических энергосистем и показана важность способа задания балансирующего узла, что также отмечается в [7]. В [8] предлагается использовать подход, основанный на тропической геометрии над комплексными мультиполями уравнений балансов активной мощности. В [9] для оценки запаса устойчивости по напряжению используются данные измерений, выполненных устройствами PMU (Phasor Measurement Unit). В [10] предельные состояния энергосистемы находят, осуществляя приращение нагрузки узлов энергосистемы на каждом шаге итерационного расчета установившегося режима. В [11, 12] предлагается использовать модальный подход для решения задачи обеспечения статической устойчивости, заключающийся в анализе собственных значений матрицы Якоби. В [13, 14] предельные установившиеся состояния энергосистемы находят методом голоморфного вложения нагрузки (The Holomorphic Embedding Load-flow Method (HELM)), который гарантирует, что найденное решение, когда оно существует, всегда соответствует правильному, а в противном случае сигнализирует об отсутствии решения. В [15] предложен подход к аппроксимации границ области существования режима с учетом ограничения реактивной мощности генератора. В [16] рассматривались аварийные режимы и применение групповых коммутаций линий для управления и обеспечения статической устойчивости напряжения. В [17] предложена алгоритмическая процедура корректировки положения известной (найденной ранее) базовой точки предельного режима сети согласно появлению изменений нагрузок узлов. В [18, 19] предложены методы оценки запаса устойчивости по напряжению для систем электроснабжения с распределенными и [20] возобновляемыми источниками энергии. Авторами [21] предложен метод, использующий подход голоморфного вложения нагрузки, а также параметризацию длины дуги и кусочные аппроксимации для определения границы существования режима и отслеживания всей PV кривой узлов энергосистемы. В [22, 23] исследуется форма границы предельных режимов энергосети (в многомерном пространстве параметров), имеющая сложную топологию с непересекающимися изолированными участками. В [24] приведены условия существования режима только для линейных схем четырехполосников, работающих на переменном токе с нагрузками постоянной мощности. Отметим, что такие схемы соответствуют моделируемым линиям электропередач при расчете критических режимов.

Определение и исследования границы устойчивости энергосистемы и ее линий электропередач и связанные с этим методы расчетов режимов [25, 26] важны также при оптимизации работы как распределительной сети [27–29], так и электростанций [30].

В представленной статье проведен анализ результатов работы [8], отмечены ее недостатки и предложен оригинальный подход и критерий для определения границы области допустимых режимов, предшествующих нарушению устойчивости.

Материал статьи структурирован следующим образом. В разделе 2 выполнена постановка задачи определения границы области, предшествующей предельным установившимся режимам энергосистемы с произвольным количеством шин. В разделе 3 рассматриваются задача питания нагрузки через линию от шины бесконечной мощности и применение к этой системе анализа над комплексным тропическим мультиполем. Отмечаются основные свойства их решений. В разделе 4 демонстрируются полученные результаты на двух примерах расчета энергосистем. Первый пример: энергосистема с четырьмя узлами, в одном из которых увеличивается активная мощность. Второй — стандартная схема IEEE 5-шин. Показана возможность определять границу, предшествующую потере устойчивости режима энергосистемы. В приложении приведен вывод используемых в статье теоретических выражений.

2. Постановка задачи определения границы области, предшествующей предельным установившимся режимам энергосистемы с произвольным количеством шин

Рассмотрим энергосистему с известными топологией электрической сети, номинальными классами напряжений и количеством шин n . Введем переменную v ($v = \overline{0, n}$) для обозначения номеров узлов. Потребление электроэнергии в нагрузочных узлах задается комплексными значениями мощностей $p_v^{\text{load}} = p_{\text{load}_v}^{\text{Re}} + jp_{\text{load}_v}^{\text{Im}}$ ($v \in PQ$), где PQ – множество нагрузочных узлов с активными $p_{\text{load}_v}^{\text{Re}}$ и реактивными $p_{\text{load}_v}^{\text{Im}}$ мощностями. Поступление электроэнергии в систему происходит через генерирующие узлы. Узлы с заданными комплексными значениями мощностей $p_v^{\text{gen}} = p_{\text{gen}_v}^{\text{Re}} + jp_{\text{gen}_v}^{\text{Im}}$ называют генераторными узлами PQ -типа ($v \in PQ$). Узлы с заданными значениями активных $p_{\text{gen}_v}^{\text{Re}}$ мощностей и регулируемыми модулями напряжений U_v называют узлами PV -типа ($v \in PV$). Также при расчетах режимов в энергосистеме один из узлов принимают балансирующим ($v = 0$), он представляет собой шину бесконечной мощности с заданным комплексным напряжением \dot{U}_0 .

Далее принимаем следующие допущения.

1. Передача электроэнергии осуществляется с помощью линий, которые представляются π -образными схемами замещения с сосредоточенными параметрами.

2. Параметры всех линий электрической сети известны и представлены продольными активными $R_{v,k}^{\text{line}}$ и реактивными $X_{v,k}^{\text{line}}$ сопротивлениями, а также поперечными емкостными $B_{v,k}^{\text{line}}$ проводимостями на землю, где v и k – номера узлов, между которыми включена линия.

Уравнения, необходимые для расчета установившегося состояния энергосистемы, запишем в комплексном виде согласно методу узловых напряжений

с учетом наличия узлов PV -типа:

$$(1) \quad \begin{aligned} \dot{U}_v^* \dot{I}_v &= \dot{p}_v^* \text{gen} - \dot{p}_v^* \text{load}, \quad v \in PQ, \quad v = \overline{1, n}, \\ \text{Re} \left[\dot{U}_v^* \dot{I}_v \right] &= \dot{p}_v^{\text{Re}}, \quad \left| \dot{U}_v \right| = \text{const}, \quad v \in PV, \quad v = \overline{1, n}, \end{aligned}$$

в котором

$$\dot{I}_v = \dot{U}_v \underline{Y}_{v,v} - \sum_{k \in A_v^g} \dot{U}_k \underline{Y}_{v,k} - \dot{U}_0 \underline{Y}_{0,v},$$

где \dot{U}_v^* – сопряженный комплекс напряжения \dot{U}_v ; $\underline{Y}_{v,v}$ – собственная проводимость всех ветвей, подключенных к узлу v ; A_v^g – узлы, непосредственно соединенные с узлом v ; \dot{U}_k – напряжение узла k ; $\underline{Y}_{v,k}$ – взаимная проводимость между узлами v и k ; \dot{U}_0 – известное комплексное напряжение балансирующего ($v = 0$) узла; $\underline{Y}_{0,v}$ – проводимость всех ветвей, непосредственно соединяющих узел v и балансирующий; $\dot{p}_v^* \text{gen}$, $\dot{p}_v^* \text{load}$ – сопряженные комплексы \dot{p}_v^{gen} и \dot{p}_v^{load} .

Проводимости $\underline{Y}_{v,v}$, $\underline{Y}_{v,k}$ и $\underline{Y}_{0,v}$ определяются следующим образом:

$$(2) \quad \begin{aligned} \underline{Y}_{v,v} &= \sum_{m \in A_v^b} \frac{1}{R_m + jX_m} + \sum_{m \in A_v^b} jB_m, \quad v = \overline{1, n}, \\ \underline{Y}_{v,k} &= \sum_{k \in A_v^g} \frac{1}{R_{v,k} + jX_{v,k}}, \quad v \neq k, \quad \underline{Y}_{0,v} = \frac{1}{R_{0,v} + jX_{0,v}}, \end{aligned}$$

где R_m , X_m – активное и индуктивное сопротивления; B_m – емкостная проводимость одной ветви m из множества узлов A_v^b , соединенных с узлом v ; $R_{v,k}$, $X_{v,k}$ – активное и индуктивное сопротивления ветви между узлами v и k ; $R_{0,v}$, $X_{0,v}$ – активное и индуктивное сопротивления ветви между балансирующим узлом и узлом v .

Решением системы нелинейных уравнений (1) являются комплексные напряжения всех узлов \dot{U}_v ($v = \overline{1, n}$), которые можно найти разными численными итерационными методами.

Процедура поиска предельных режимов выполняется путем выбора узлов и шага приращения их мощности до критических значений, выход за которые приводит к нарушению баланса мощностей в системе.

Задача, решаемая в представленной статье, заключается в определении внутри области существования установившегося состояния энергосистемы границы, предшествующей возникновению предельного по статической устойчивости режиму.

3. Уравнения потребления нагрузки, питаемой через линию от шины бесконечной мощности, и применение к этой системе анализа тропического мультиполя

Рассмотрим сначала потребление и появление предельного (критического) режима в простейшей схеме (рис. 1). К генератору (шине бесконечной

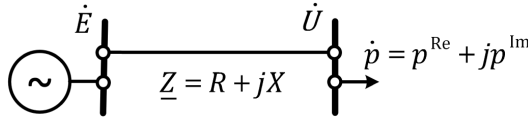


Рис. 1. Схема питания через линию нагрузки от шины бесконечной мощности.

мощности) с известным комплексным напряжением $\dot{E} = Ee^{j\Psi_E}$ через линию электропередач $\underline{Z} = R + jX$ подключена нагрузка $\dot{p} = p^{\text{Re}} + jp^{\text{Im}}$, где R , X – активное и индуктивное сопротивления линии, p^{Re} , p^{Im} – активная и реактивные мощности потребления.

Уравнение для определения установившегося состояния приведенной схемы запишем в следующем виде:

$$(3) \quad \dot{U} + \frac{p^{\text{Re}} - jp^{\text{Im}}}{\dot{U}^*}(R + jX) = \dot{E},$$

в котором $\dot{U} = Ue^{j\Psi_U}$, $\dot{U}^* = Ue^{-j\Psi_U}$, где U – модуль напряжения узла (шины) с нагрузкой \dot{p} , Ψ_U – угол комплексного напряжения \dot{U} , отсчитываемый от вектора напряжения генератора \dot{E} .

Нелинейное уравнение (3) имеет аналитическое решение, корни (модули $U_{1,2}(p^{\text{Re}}, p^{\text{Im}})$ и углы (аргументы) $\Psi_{U_{1,2}}(p^{\text{Re}}, p^{\text{Im}})$ напряжений) которого определяются согласно выражениям:

$$(4) \quad (U_{1,2})^2 = \frac{E^2}{2} - p^{\text{Re}}R - p^{\text{Im}}X \pm \frac{\sqrt{(2(p^{\text{Re}}R + p^{\text{Im}}X) - E^2)^2 - 4(R^2 + X^2)((p^{\text{Re}})^2 + (p^{\text{Im}})^2)}}{2},$$

$$(5) \quad \Psi_{U_{1,2}} = -\arg [(U_{1,2})^2 + p^{\text{Re}}R + p^{\text{Im}}X + j(p^{\text{Re}}X - p^{\text{Im}}R)].$$

Считая известным и постоянным коэффициент мощности ($\cos \phi$) нагрузки узла при увеличении активной мощности p^{Re} , определим компоненту $p^{\text{Im}} = p^{\text{Re}} \tan \phi$. Построим (рис. 2) зависимости (2) и (3). Угол $\Psi_{U_{\max}}$ определяется выражением

$$(6) \quad \Psi_{U_{\max}} = -\text{atan} \left[\frac{X - R \tan \phi}{R + X \tan \phi} \right].$$

При $p^{\text{Re}} > p_{\max}^{\text{Re}}$ модуль U напряжения принимает комплексные значения, и в связи с этим в указанном диапазоне кривые 1 и 2 отсутствуют. Значение p_{\max}^{Re} соответствует границе существования режима. Зависимости 3 и 4 – это соответственно модуль и вещественная часть напряжения U при $p^{\text{Re}} > p_{\max}^{\text{Re}}$.

Для схемы рис. 1 применим предлагаемый в [8] подход определения близости режима к области его существования. Выражение для параметра S_U , записанное из условия баланса активных мощностей узла, имеет вид

$$(7) \quad \frac{U^2}{2} \left(\frac{1}{R + jX} + \frac{1}{R - jX} \right) + \text{Re}(\dot{p}) = S_U = \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{E}\dot{U}^*}{R + jX} + \frac{\dot{E}^*\dot{U}}{R - jX} \right).$$

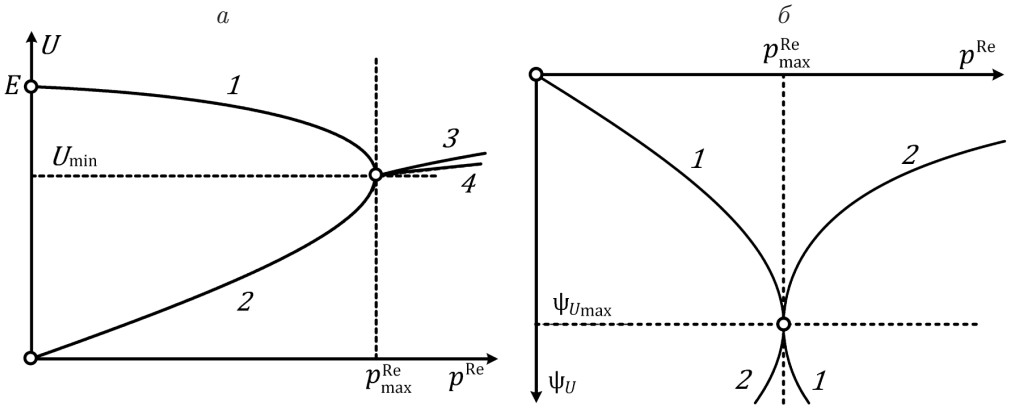


Рис. 2. Зависимости модуля a и угла b напряжения узла нагрузки от p^{Re} : 1 и 2 – соответственно первые $U_1(p^{\text{Re}})$, $\Psi_{U_1}(p^{\text{Re}})$ и вторые $U_2(p^{\text{Re}})$, $\Psi_{U_2}(p^{\text{Re}})$ корни (4) и (5); 3 – $|U_{1,2}(p^{\text{Re}})|$; 4 – $\text{Re}[U_{1,2}(p^{\text{Re}})]$.

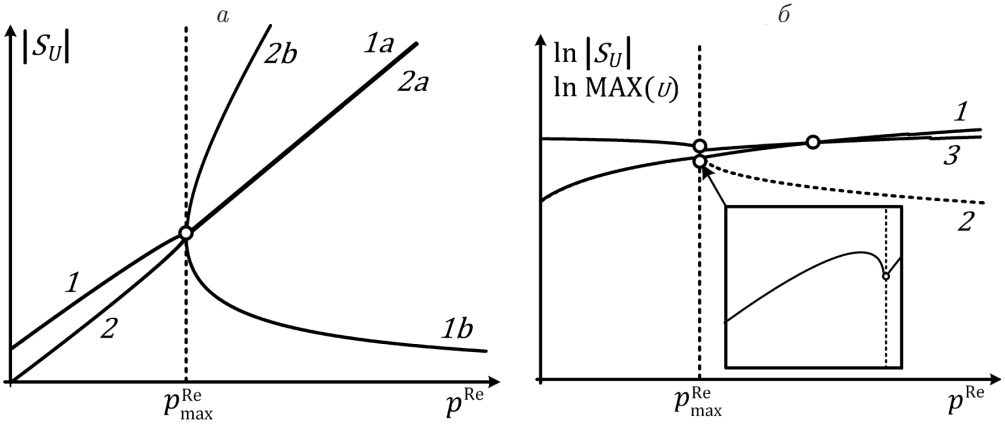


Рис. 3. Зависимости параметров S_U , $\ln|S_U|$ и $\ln \text{MAX}(U)$ от p^{Re} : на a 1 и 2 – $S_U(p^{\text{Re}})$ для первых и вторых корней соответственно, при этом 1, 1а и 2, 2а по данным левой части (7), а 1, 1б и 2, 2б согласно правой части (7); на b – для первых корней 1 и 2 – $\ln|S_U|$ и $\ln \text{MAX}(U)$ соответственно по данным левой и правой частей (7), 3 – $\ln \text{MAX}(U)$.

Зависимости S_U от нуля до $p_{\text{max}}^{\text{Re}}$ одинаковы для левого и правого выражения (7) и отличаются при $p^{\text{Re}} > p_{\text{max}}^{\text{Re}}$ (см. рис. 3). Из рис. 3 видно, что $\ln|S_U| < \ln\left(\frac{EU}{\sqrt{R^2+X^2}}\right)$ при p^{Re} от нуля до $p_{\text{max}}^{\text{Re}}$. Тропические уравнения, используемые для схемы рис. 1, имеют вид

$$(8) \quad \ln|S_U| \oplus \ln\left(\frac{EU}{\sqrt{R^2+X^2}}\right).$$

Параметром $\text{MAX}(U)$ обозначена компонента $\frac{EU}{\sqrt{R^2+X^2}}$. Отметим, что кривая 1 на рис. 3,б (вставка) имеет максимум вблизи значения $p_{\text{max}}^{\text{Re}}$, объясняемый перестройкой тропического множества решений, что может быть до-

полнительным критерием близости предельного режима. При этом во всем диапазоне p^{Re} от нуля до $p_{\text{max}}^{\text{Re}}$ не происходит нарушения условия

$$(9) \quad |SU| \leq \max_U \left(\frac{EU}{\sqrt{R^2 + X^2}} \right),$$

которое используется в [8] для определения близости режима к границе области его существования. Таким образом, применить (9), как предлагается в [8], к схеме рис. 1 для выявления области, предшествующей наступлению предельного режима, не удастся.

4. Примеры расчета энергосистем

Рассмотрим пример расчета, представленного авторами [8] для демонстрации предлагаемого ими подхода. Исследуется четырехузловая энергосистема (рис. 4) с двумя генераторами.

Первый задан шиной бесконечной мощности с известным напряжением \dot{U}_1 , второй — модулем напряжения U_3 и активной мощностью p_3^{Re} . При такой постановке задачи невозможно аналитическое решение нелинейных уравнений [14] состояния энергосистемы:

$$(10) \quad \begin{aligned} \dot{U}_2 \left(\frac{1}{\underline{z}_{12}} + \frac{1}{\underline{z}_{23}} + \frac{1}{\underline{z}_{24}} \right) - \dot{U}_3 \left(\frac{1}{\underline{z}_{23}} \right) - \dot{U}_4 \left(\frac{1}{\underline{z}_{24}} \right) &= \dot{U}_1 \left(\frac{1}{\underline{z}_{12}} \right), \\ \text{Re} \left[\dot{U}_3^* \left(\dot{U}_3 \frac{1}{\underline{z}_{23}} - \dot{U}_2 \frac{1}{\underline{z}_{12}} \right) \right] &= p_3^{\text{Re}}, \quad |\dot{U}_3| = \text{const}, \\ \dot{U}_4 \frac{1}{\underline{z}_{24}} - \dot{U}_2 \frac{1}{\underline{z}_{24}} &= -\frac{\dot{p}_4^*}{\dot{U}_4^*}, \end{aligned}$$

где

- сопротивления ветвей $\underline{z}_{12} = 8,91 + j80,91$; $\underline{z}_{23} = 4,45 + j40,46$; $\underline{z}_{24} = 6,68 + j60,68$;
- напряжения балансирующего узла $\dot{U}_1 = 500$;
- активная мощность $p_3^{\text{Re}} = 400$ и модуль напряжения $U_3 = 500$ в третьем узле;
- сопряженный комплекс мощности узла четыре $\dot{p}_4^* = p_4^{\text{Re}} - jp_4^{\text{Im}}$ для разных режимов, отметим, что принято условие $p_4^{\text{Im}} = 0$.

Решение системы (10) проводили в пакете Mathcad методом Левенберга–Марквардта при увеличении нагрузки в узле 4 до получения предельного

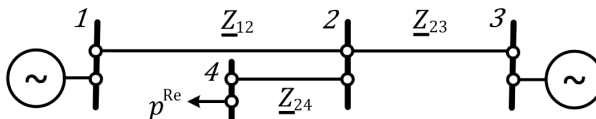


Рис. 4. Расчетная схема четырехузловой электроэнергетической системы.

Таблица 1. Параметры режима четырехузловой энергосистемы

Шаг	p_4^{Re}	U_2	Ψ_2	Ψ_3	U_4	Ψ_4
0	500	492,5637	-2,0083	1,6966	481,5826	-9,3567
1	600	489,8857	-3,9833	-0,2924	475,4331	-12,9766
2	700	486,5099	-6,0115	-2,3386	467,9762	-16,7639
3	800	482,2942	-8,1121	-4,4620	458,9055	-20,7819
4	900	477,0080	-10,313	-6,6920	447,7206	-25,1289
5	1000	470,2383	-12,6602	-9,0775	433,5139	-29,9775
6	1100	461,0926	-15,2455	-11,7162	414,2925	-35,6971
7	1200	446,5674	-18,3529	-14,9131	383,2047	-43,5358
8	1225	440,4618	-19,3571	-15,9566	369,7892	-46,5104
9	1237,5	436,0835	-19,9756	-16,6041	359,9997	-48,5514
10	1243,8	432,9471	-20,3673	-17,0168	352,8867	-49,9711
11	1245	432,1875	-20,4557	-17,1103	351,1503	-50,3099
12	1250	426,5797	-21,0298	-17,7230	338,1517	-52,7538
13	1250,1993	425,2433	-21,1460	-17,8485	335,0037	-53,3220

Таблица 2. Параметры режимов в логорифмической шкале

Шаг	p_4^{Re}	$\ln \text{MAX}(2)$	$\ln S_2 $	$\ln \text{MAX}(3)$	$\ln S_3 $	$\ln \text{MAX}(4)$	$\ln S_4 $
0	500	8,7079	7,2533	8,7079	5,6038	8,2651	6,8197
1	600	8,7025	7,2424	8,7025	5,6038	8,2468	6,9129
2	700	8,6955	7,2286	8,6955	5,6038	8,2240	6,9963
3	800	8,6868	7,2112	8,6868	5,6038	8,1958	7,0711
4	900	8,6758	7,1891	8,6758	5,6038	8,1601	7,1383
5	1000	8,6615	7,1606	8,6615	5,6038	8,1135	7,1981
6	1100	8,6419	7,1213	8,6419	5,6038	8,0485	7,2497
7	1200	8,6099	7,0573	8,6099	5,6038	7,9385	7,2884
8	1225	8,5961	7,0297	8,5961	5,6038	7,8891	7,2931
9	1237,5	8,5861	7,0097	8,5861	5,6038	7,8523	7,2929
10	1243,8	8,5789	6,9953	8,5789	5,6038	7,8251	7,2910
11	1245	8,5771	6,9918	8,5771	5,6038	7,8184	7,2903
12	1250	8,5641	6,9657	8,5641	5,6038	7,7677	7,2827
13	1250,1993	8,5609	6,9594	8,5609	5,6038	7,7552	7,2803

режима (табл. 1). Небаланс активной мощности энергосистемы во всех существующих режимах отсутствовал, т.е. был равен нулю (с точностью 10^{-307}). При $p_4^{\text{Re}} > p_{4\text{max}}^{\text{Re}}$ нарушался баланс мощности в энергосистеме и его можно было просто выявить по расчетному значению модуля напряжения U_3 , который в указанных режимах становился отличным от заданного значения $U_3 = 500$. Следует отметить, что в [8] предельный режим соответствовал значению 1243,8, получаемому на шаге 10 табл. 1, хотя представленные результаты расчетов показывают предельный режим при 1250,1993. В случае $p_4^{\text{Re}} = 1250,1994$ напряжение U_3 с учетом пятнадцати знаков после запятой равно $500,000000000000170$, а небаланс $-454,7474 \cdot 10^{-15}$.

Для каждого шага p_4^{Re} приведены результаты расчета (табл. 2) параметров режимов в логарифмической шкале над комплексным мультиполюем. Параметры S_2 , S_3 и S_4 определяются из балансов активной мощности узлов следующим образом [8]:

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_2^* \dot{U}_1}{z_{12}} + \frac{\dot{U}_2 \dot{U}_1^*}{z_{12}^*} + \frac{\dot{U}_2^* \dot{U}_3}{z_{23}} + \frac{\dot{U}_2 \dot{U}_3^*}{z_{23}^*} + \frac{\dot{U}_2^* \dot{U}_4}{z_{24}} + \frac{\dot{U}_2 \dot{U}_4^*}{z_{24}^*} \right) = S_2,$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_3^* \dot{U}_2}{z_{23}} + \frac{\dot{U}_3 \dot{U}_2^*}{z_{23}^*} \right) = S_3 = \frac{(U_3)^2}{2} \left(\frac{1}{z_{23}} + \frac{1}{z_{23}^*} \right) - p_3^{\text{Re}},$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\dot{U}_4^* \dot{U}_2}{z_{24}} + \frac{\dot{U}_4 \dot{U}_2^*}{z_{24}^*} \right) = S_4 = \frac{(U_4)^2}{2} \left(\frac{1}{z_{24}} + \frac{1}{z_{24}^*} \right) - p_4^{\text{Re}},$$

где

$$S_2 = \frac{(U_2)^2}{2} \left(\frac{1}{z_{12}} + \frac{1}{z_{12}^*} + \frac{1}{z_{23}} + \frac{1}{z_{23}^*} + \frac{1}{z_{24}} + \frac{1}{z_{24}^*} \right).$$

Параметры $\ln \text{MAX}(2)$, $\ln \text{MAX}(3)$ и $\ln \text{MAX}(4)$ на каждом шаге p_4^{Re} соответствовали одним и тем же ветвям и определялись по формулам:

$$\ln \text{MAX}(2) = \ln \text{MAX}(3) = \left(\frac{U_2 U_3}{|z_{23}|} \right),$$

$$\ln \text{MAX}(4) = \left(\frac{U_2 U_4}{|z_{24}|} \right).$$

Отметим, что для всех узлов v энергосистемы (табл. 2) выполняется условие

$$\ln \text{MAX}(v) > \ln |S_v|,$$

а соответственно, и приведенное в [8]

$$(11) \quad |S_U| \leq \max_k \left(\frac{U_v U_k}{|z_{vk}|} \right).$$

При этом в [8] в диапазоне от $p_4^{\text{Re}} = 1200$ и далее до $p_{4\text{max}}^{\text{Re}}$ (1243,8) указывается на нарушение условия (11) и это обстоятельство используется для выделения внутри области существования режима подобласти, выход за границу которой предшествует предельному режиму.

Следует отметить, что соблюдение условия (11) в области существования режима согласуется с качественными результатами, полученными для схемы рис. 1. Кроме того, можно выделить узел 4, в котором зависимость $\ln |S_4|$

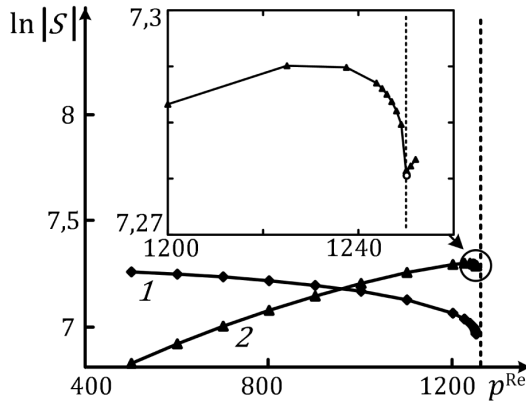


Рис. 5. Зависимости параметров $\ln |S|$ от p^{Re} : 1 – $\ln |S_2|$; 2 – $\ln |S_4|$.

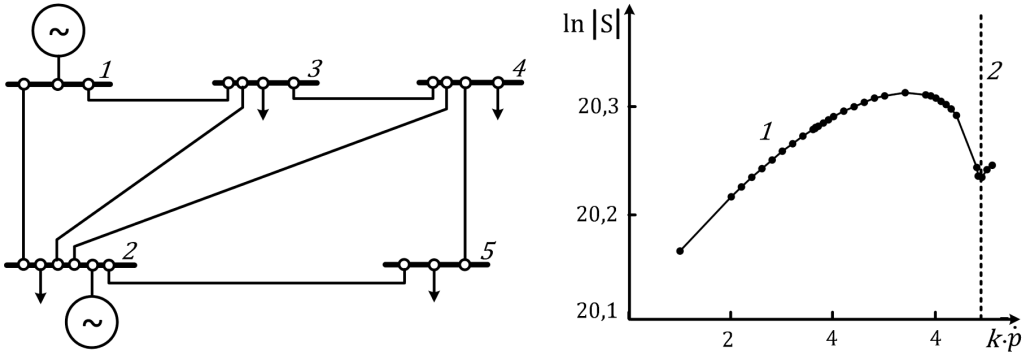


Рис. 6. Схема *a* IEEE 5 шин и зависимости *б* 1 – $\ln |S_5|$ от $k \sum \dot{p}$; 2 – \dot{p}_{max} .

имеет максимум (рис. 5 и табл. 2, ячейка с заливкой), аналогичный приведенному на рис. 3,б (см. вставку). Для проверки выполнения условий (11) и возможности использования зависимостей $\ln |S|$ при выделении области, предшествующей предельному режиму, проводились расчеты на тестовой схеме IEEE 5-шин (рис. 6,а) со стандартными исходными данными, представленными в табл. 3 в относительных единицах, полученными из базовых величин 100 МВА и 100 кВ. Отметим, что в схеме учитывается емкостная проводимость B линий сети и к шине 2 подключен генератор PV-типа.

При утяжелении режима энергосистемы нагрузка всех узлов $\sum \dot{p} = \dot{p}_3 + \dot{p}_4 + \dot{p}_5$ увеличивалась одновременно, путем умножения на коэффициент k . В результате расчетов установлено, что для всех узлов (шин) энергосистемы условия (11) выполняются, а для узла 5 наблюдался максимум зависимости $\ln |S_5|$ от $k \sum \dot{p}$, предшествующий предельному режиму \dot{p}_{max} (см. рис. 6,б). Отметим, что условия (11) выполняются и имеется указанный максимум при произвольных значениях нагрузок узлов и сопротивлений линий.

Таблица 3. Исходные данные тестовой схемы энергосистемы IEEE 5-Шин

Информация по узлам сети					Информация по ветвям сети				
№	Тип узла	V , о.е.	p^{Re} , о.е.	p^{Im} , о.е.	Ветви		Сопротивления и проводимости		
							R , о.е.	X , о.е.	B , о.е.
1	Балансирующий	1,20	–	–	1	2	0,02	0,06	0,06
					1	3	0,08	0,24	0,05
2	Генераторный (PV)	1,20	0,40	–	2	3	0,06	0,18	0,04
					2	4	0,06	0,18	0,04
3	Нагрузочный	–	0,45	0,15	2	5	0,04	0,12	0,03
4	Нагрузочный	–	0,60	0,10	3	4	0,01	0,03	0,02
5	Нагрузочный	–	0,40	0,05	4	5	0,08	0,24	0,05

Проводились исследования масштабируемости предложенного метода и критерия на схемах с большим количеством шин (стандартная схема IEEE 30-шин), в которых были заданы только PQ узлы нагрузок и генераторов, а также при наличии PV генераторов. Для всех рассмотренных случаев только у некоторых (нескольких) узлов, соединенных с генераторами, наблюдаются рост и максимумы зависимостей $\ln |S|$, которые можно использовать для определения приближения к границе области допустимых режимов энергосистемы. Для остальных узлов и ветвей энергосистемы указанные зависимости с ростом нагрузки уменьшаются, как показано на рис. 5, кривая 1.

Таким образом, исследования показывают, что при утяжелении режима максимум зависимости $\ln |S|$ для узлов энергосистемы может быть использован при определении границы, выход за которую предшествует выходу режима на границу его области существования.

5. Заключение

1. Выявлять отсутствие баланса в энергосистеме, а соответственно, и принадлежность рассматриваемого режима к области неустойчивого состояния можно, контролируя при расчетах значение заданного напряжения генерирующего узла (шины) PV -типа.

2. В области существования режима условия (11) выполняются для каждого узла (шины) энергосистемы, их не удастся использовать для выделения подобласти, выход за которую предшествует предельному режиму.

3. Выделить границу внутри области существования режима, выход за которую предшествует предельному режиму, можно, определяя максимум возрастающих при утяжелении значений $\ln |S|$ узла (шины) энергосистемы. Это позволит при небольших затратах вычислительных ресурсов определять критические по утяжелению узлы и получать дополнительную информацию для ввода режима в более устойчивую область.

Выражение (4) и (5) получаем из (3) следующим образом:

$$(II.1) \quad \begin{aligned} U^2 + (p^{\text{Re}} - jp^{\text{Im}})(R + jX) &= EUe^{-j\Psi_U}, \\ U^2 + p^{\text{Re}}R + p^{\text{Im}}X + j(p^{\text{Re}}X + p^{\text{Im}}R) &= EUe^{-j\Psi_U}. \end{aligned}$$

Баланс модулей выражения (II.1) сводится к квадратному уравнению относительно неизвестной $\hat{U} = U^2$:

$$(II.2) \quad a\hat{U}^2 + b\hat{U} + c = 0,$$

где

$$a = 1, \quad b = 2(p^{\text{Re}}R + p^{\text{Im}}X) - E^2, \quad c = (R^2 + X^2) \left[(p^{\text{Re}})^2 + (p^{\text{Im}})^2 \right].$$

Решением (II.2) является выражение (4). Угол Ψ_U в выражении (5) определяется путем подстановки найденного выражения (4) для U в уравнение (II.1).

Выражение (6) статьи получено из уравнения мощности шины нагрузки:

$$(II.3) \quad \dot{p} = p^{\text{Re}} + jp^{\text{Im}} = \dot{U} \left(\frac{\dot{E} - \dot{U}}{R + jX} \right)^*.$$

Из (II.3) получим

$$(II.4) \quad \frac{p^{\text{Im}}}{p^{\text{Re}}} = \tan \phi = \frac{EX \cos \Psi_U - UX + ER \sin \Psi_U}{ER \cos \Psi_U - UR - EX \sin \Psi_U}.$$

Выразим из (II.4) модуль напряжения U шины нагрузки:

$$U = E \left(\cos \Psi_U + \sin \Psi_U \left(\frac{R + X \tan \phi}{X - R \tan \phi} \right) \right)$$

и поставим его в полученное из (II.3) выражение активной мощности:

$$(II.5) \quad p^{\text{Re}} = \frac{U}{(R^2 + X^2)} [R(E \cos \Psi_U - U) - EX \sin \Psi_U].$$

Взяв производную от (II.5) по углу Ψ_U и приравняв ее к нулю, получим выражение

$$(II.6) \quad \frac{dp^{\text{Re}}}{d\Psi_U} = \frac{\sin(2\Psi_U)(R + X \tan \phi) - \cos(2\Psi_U)(R \tan \phi - X)}{(X - R \tan \phi)^2} = 0$$

из которого определим

$$(II.7) \quad \tan(2\Psi_U) = \frac{R \tan \phi - X}{R + X \tan \phi}.$$

Полученное выражение (II.6) эквивалентно уравнению (6).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Venikov V.A., Stroeve V.A., Idelchik V.I., Tarasov V.I.* Estimation of Electrical Power System Steady State Stability in Load Flow Calculations // *IEEE Trans. Power App. Syst.* 1975. V. 94. No. 3. P. 1034–1041.
2. *Dobson A., Lu L.* New Methods for Computing a Closest Saddle Node Bifurcation and Worst Case Load Power Margin for Voltage Collapse // *IEEE Trans. Power Syst.* 1993. V. 8. No. 3. P. 905–911.
3. *Аюев Б.И., Давыдов В.В., Ерохин П.М.* Оптимизационная модель предельных режимов электрических систем // *Электричество*. 2010. № 11. С. 2–12.
4. *Voropai N.I., Golub I.I., Efimov D.N., et al.* Spectral and Modal Methods for Studying Stability and Control of Electric Power Systems // *Autom. Remote Control*. 2020. V. 81. No. 10. P. 1751–1774.
5. *Wang Y., Lopez J.A., Sznajder M.* Convex Optimization Approaches to Information Structured Decentralized Control // *IEEE Trans. Autom. Control*. 2018. V. 63. No. 10. P. 3393–3403.
6. *Matveev A.S., MacHado J.E., Ortega R., et al.* Tool for Analysis of Existence of Equilibria and Voltage Stability in Power Systems with Constant Power Loads // *IEEE Trans. Autom. Control*. 2020. V. 65. No. 11. P. 4726–4740.
7. *Ghiocel S.G., Chow J.H.* A Power Flow Method Using a New Bus Type for Computing Steady-State Voltage Stability Margins // *IEEE Trans. Power Syst.* 2014. V. 29. No. 2. P. 958–965.
8. *Kirshtein B.K., Litvinov G.L.* Analyzing Stable Regimes of Electrical Power Systems and Tropical Geometry of Power Balance Equations Over Complex Multifields // *Autom. Remote Control*. 2014. V. 75. No. 10. P. 1802–1813.
9. *Su H.Y., Liu C.W.* Estimating the Voltage Stability Margin Using PMU Measurements // *IEEE Trans. Power Syst.* 2016. V. 31. No. 4. P. 3221–3229.
10. *Ayuev B.I., Davydov V.V., Erokhin P.M.* Fast and Reliable Method of Searching Power System Marginal States // *IEEE Trans. Power Syst.* 2016. V. 31. No. 6. P. 4525–4533. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2016.2538299>
11. *Шаров Ю.В.* О развитии методов анализа статической устойчивости электроэнергетических систем // *Электричество*. 2017. № 1. С. 12–18.
12. *Шаров Ю.В.* Применение модального подхода для решения проблемы обеспечения статической устойчивости электроэнергетических систем // *Известия РАН. Энергетика*. 2017. № 2. С. 13–29.
13. *Rao S., Tylavsky D., Feng Y.* Estimating the Saddle-Node Bifurcation Point of Static Power Systems Using the Holomorphic Embedding Method // *Int. J. Electr. Power Energ. Syst.* 2017. V. 84. P. 1–12.
14. *Liu C., Wang B., Hu F., Sun K., Bak C.L.* Online Voltage Stability Assessment for Load Areas Based On the Holomorphic Embedding Method // *IEEE Trans. Power Syst.* 2018. V. 33. No. 4. P. 3720–3734.
15. *Qiu Y., Wu H., Song Y., Wang J.* Global Approximation of Static Voltage Stability Region Boundaries Considering Generator Reactive Power Limits // *IEEE Trans. Power Syst.* 2018. V. 33. No. 5. P. 5682–5691.
16. *Wang L., Chiang H.D.* Group-Based Line Switching for Enhancing Contingency-Constrained Static Voltage Stability // *IEEE Trans. Power Syst.* 2020. V. 35. No. 2. P. 1489–1498.

17. *Ali M., Gryazina E., Khamisov O., Sayfutdinov T.* Online assessment of voltage stability using Newton-Corrector algorithm // IET Generat., Transmiss. Distribut. 2020. V. 14. No. 19. P. 4207–4216.
18. *Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Суслов К.В., Черепанов А.В.* Оперативное определение запасов статической устойчивости в системах электроснабжения с установками распределенной генерации // Вестник Иркут. гос. техн. ун-та. 2021. Т. 25. № 1(156). С. 31–43. <https://doi.org/10.21285/1814-3520-2021-1-31-43>
19. *Bulatov Y., Kryukov A., Suslov K., et al.* A Stochastic Model for Determining Static Stability Margins in Electric Power Systems // Computation. 2022. V. 10. No. 5. <https://doi.org/10.3390/computation10050067>
20. *Weng Y., Yu S., Dvijotham K., Nguyen H.D.* Fixed-Point Theorem-Based Voltage Stability Margin Estimation Techniques for Distribution Systems with Renewables // IEEE Transact. Industr. Inform. 2022. V. 18. No. 6. P. 3766–3776. <https://doi.org/10.1109/TII.2021.3112097>
21. *Zhang W., Wang T., Chiang H.D.* A Novel FFHE-Inspired Method for Large Power System Static Stability Computation // IEEE Trans. Power Syst. 2022. V. 37. No. 1. P. 726–737. <https://doi.org/10.1109/TPWRS.2021.3093236>
22. *Ali M., Gryazina E., Dymarsky A., Vorobev P.* Calculating voltage feasibility boundaries for power system security assessment // Int. J. Electr. Power Energ. Syst. 2023. V. 146. 108739. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108915>
23. *Ali M., Ali M.H., Gryazina E., Terzija V.* Calculating multiple loadability points in the power flow solution space // Int. J. Electr. Power Energ. Syst. 2023. V. 148. 108915. <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2022.108739>
24. *Machado J.E., Grino R., Barabanov N., et al.* On Existence of Equilibria of Multi-Port Linear AC Networks with Constant-Power Loads // IEEE Transact. Circuits and Systems. Part 1: Regular Papers. 2017. V. 64. No. 10. P. 2772–2782. <https://doi.org/10.1109/TCSI.2017.2697906>
25. *Danilov M.I., Romanenko I.G.* Determination of Power Flows and Temperature of Electrical Network Wires of a Power System Steady State // Power Technol. Engineer. 2023. V. 56. No. 5. P. 739–750. <https://doi.org/10.1007/s10749-023-01583-z>
26. *Karimi M., Shahriari A., Aghamohammadi M.R., et al.* Application of Newton-Based Load Flow Methods for Determining Steady-State Condition of Well and Ill-Conditioned Power Systems: A Review // Int. J. Electr. Power Energ. Syst. 2019. V. 113. P. 298–309.
27. *Zorin I.A., Gryazina E.N.* An Overview of Semidefinite Relaxations for Optimal Power Flow Problem // Autom. Remote Control. 2019. V. 80. No. 5. P. 813–833. <https://doi.org/10.1134/S0005231019050027>
28. *Danilov M.I., Romanenko I.G.* Identification of Unauthorized Electric-Power Consumption in the Phases of Distribution Networks with Automated Metering Systems // Power Technol. Engineer. 2022. V. 56. No. 3. P. 414–422. <https://doi.org/10.1007/s10749-023-01530-y>
29. *Данилов М.И., Романенко И.Г.* Оперативная идентификация сопротивлений проводов распределительных сетей 380 В автоматизированными системами учета // Энергетика. Изв. вузов и энерг. объединений СНГ. 2023. Т. 66. № 2. P. 124–140. <https://doi.org/10.21122/1029-7448-2023-66-2-124-140>

30. *Bonchuk I.A., Shaposhnikov A.P., Sozinov M.A., Erokhin P.M.* Optimization of the Operating Modes of Power Plants in Isolated Electrical Power Systems // *Power Technol. Engineer.* 2021. V. 55. No. 3. P. 445–453.
<https://doi.org/10.1007/s10749-021-01380-6>

Статья представлена к публикации членом редколлегии М.В. Хлебниковым.

Поступила в редакцию 28.09.2023

После доработки 30.10.2023

Принята к публикации 21.12.2023