

Робастное, адаптивное и сетевое управление

© 2023 г. А.Н. ЖИРАБОК, д-р техн. наук (zhirabok@mail.ru),
А.В. ЗУЕВ, канд. техн. наук (alvzuev@yandex.com)
(Дальневосточный федеральный университет, Владивосток;
Институт проблем морских технологий ДВО РАН, Владивосток)

МЕТОД ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ДИСКРЕТНЫХ СИСТЕМ НА ОСНОВЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ НАБЛЮДАТЕЛЕЙ¹

Предлагается метод диагностирования линейных динамических систем, описываемых дискретными моделями при наличии внешних возмущений, на основе интервальных наблюдателей. Приводятся соотношения, позволяющие построить интервальный наблюдатель, формирующий два значения невязки так, что если число нуль находится между этими значениями, то дефекты, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель, в системе отсутствуют. Случай, когда нуль не попадает между этими значениями, квалифицируется как появление дефекта. Теоретические результаты иллюстрируются примером.

Ключевые слова: линейные системы, дискретные модели, интервальные наблюдатели, диагностирование, дефекты.

DOI: 10.31857/S0005231023120115, **EDN:** NGUJRY

1. Введение и постановка задачи

Настоящая статья является развитием работ [1, 2], в которых рассматривалась задача построения интервальных наблюдателей для систем, описываемых линейными моделями, при наличии внешних возмущений. Эта задача активно исследуется последние годы, обстоятельные обзоры полученных за это время результатов содержатся в [3, 4], решения для различных классов систем, а также практические приложения можно найти в [5–10]. Характерной особенностью этих работ является то, что в них, как правило, интервальный наблюдатель имеет размерность, совпадающую с размерностью исходной системы, и определяется оценка множества допустимых значений полного вектора состояния, в то время как теоретический и практический интерес может представлять интервальная оценка только для значений заданной линейной функции этого вектора. Решающий эту задачу интервальный наблюдатель может оказаться существенно проще наблюдателя для полного вектора состояния, а ширина интервала заметно меньше.

¹ Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект 23-29-00191), <https://rscf.ru/project/23-29-00191/>.

В [11–16] интервальные наблюдатели используются для решения задачи функционального диагностирования. В [11–13, 15] наблюдатель также строится на основе исходной системы, что приводит к громоздким конструкциям и сложным методам минимизации влияния внешних возмущений на процесс диагностирования. В [14] рассматривается задача диагностирования в семействе связанных подсистем, где для каждой такой подсистемы строится свой интервальный наблюдатель полной размерности; в [16] решается практическая задача на основе интервального наблюдателя специального вида.

Известно, что для уменьшения вероятностей ложных тревог и пропусков дефектов при диагностировании традиционно используется адаптивный порог, устанавливающий пределы, в которых должна находиться невязка при отсутствии дефектов. Хотя идея использования адаптивного порога появилась более 30 лет назад, она разрабатывается для различных классов систем до настоящего времени (см., например, [17, 18]). В этих работах невязка генерируется диагностическим наблюдателем, а адаптивный порог формируется отдельно, что приводит к достаточно сложным схемам диагностирования.

В отличие от этого, интервальный диагностический наблюдатель (в соответствии со своей спецификой) формирует только два значения невязки, что существенно упрощает схему. При этом невязки формируются так, что при отсутствии дефектов значения одной из них являются неположительными, второй — неотрицательными, т.е. если число нуль находится между этими значениями, то дефекты, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель, в системе отсутствуют. Случай, когда нуль не попадает между этими значениями, квалифицируется как появление дефекта. Кроме того, в отличие от традиционных схем с адаптивным порогом, значения невязок, формируемых интервальным наблюдателем, не зависят от управляющих и выходных сигналов диагностируемой системы, что также упрощает процесс принятия решений по результатам диагностирования.

В статье ставится и решается задача построения интервальных наблюдателей минимальной размерности для стационарных дискретных систем, описываемых линейными динамическими моделями, работающих в условиях действия внешних возмущений, которые предназначены для решения задач функционального диагностирования — обнаружения и локализации дефектов. В отличие от [1, 2], где интервальные наблюдатели использовались для оценки значений заданной линейной функции вектора состояния исходной системы, в настоящей работе в соответствии с задачей диагностирования изменена конструкция наблюдателя, а также рассмотрен ряд вопросов, характерных для этой задачи: максимизация чувствительности к дефектам и метод локализации дефектов.

Рассматривается класс систем, описываемых линейной динамической моделью с дискретным временем

$$(1.1) \quad \begin{aligned} x(t+1) &= Fx(t) + Gu(t) + Dd(t) + L\rho(t), \\ y(t) &= Hx(t), \end{aligned}$$

где $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^l$ – векторы состояния, управления и выхода; F , G , H , L и D – известные постоянные матрицы; $\rho(t) \in \mathbb{R}^q$ описывает возмущения, действующие на систему, предполагается, что $\rho(t)$ – неизвестная ограниченная функция времени: $\underline{\rho} \leq \rho(t) \leq \bar{\rho}$ для известных $\underline{\rho}$ и $\bar{\rho}$. Поскольку во многих случаях появление в системе дефектов является следствием недопустимых изменений ее параметров, будем полагать, что вариации функции $d(t) \in \mathbb{R}^p$ в пределах $\underline{d} \leq d(t) \leq \bar{d}$ для известных \underline{d} и \bar{d} являются допустимыми и не рассматриваются в качестве дефекта; выход за пределы интервала $[\underline{d}, \bar{d}]$ квалифицируется как дефект, что должно быть обнаружено. Как и в [3], для векторов x^1, x^2 и матриц A^1, A^2 отношения $x^1 \leq x^2$ и $A^1 \leq A^2$ понимаются поэлементно.

2. Основной результат

В основе решения рассматриваемой задачи лежит модель системы (1.1) минимальной размерности, которая в общем случае описывается уравнением

$$(2.1) \quad \begin{aligned} x_*(t+1) &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*d(t) + L_*\rho(t), \\ y_*(t) &= H_*x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_*(t) \in \mathbb{R}^k$, $k < n$ – размерность модели, $y_* \in \mathbb{R}$, F_* , G_* , J_* , H_* , D_* , L_* – матрицы, подлежащие определению. Предполагается, что при отсутствии дефектов и возмущений справедливы соотношения $x_*(t) = \Phi x(t)$ и $y_*(t) = R_*y(t)$ для некоторых матриц Φ и R_* . Правила построения такой модели рассматриваются в разд. 3.

Известно [1, 2], что матрицы, описывающие модель, удовлетворяют условиям

$$(2.2) \quad \begin{aligned} \Phi F &= F_*\Phi + J_*H, & R_*H &= H_*\Phi, \\ \Phi G &= G_*, & \Phi D &= D_*, & \Phi L &= L_*. \end{aligned}$$

Как показано в [1], матрицы F_* и H_* могут быть приняты в канонической форме

$$(2.3) \quad F_* = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}, \quad H_* = (1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0).$$

С точки зрения решаемой задачи такая форма является идеальной, поскольку матрица F_* устойчива для дискретных систем и неотрицательна, что необходимо для построения интервального наблюдателя, а H_* неотрицательна, что упрощает вид наблюдателя.

Искомый интервальный наблюдатель строится на основе модели (2.1) и по аналогии с [12, 13] ищется в виде

$$\begin{aligned}
 \underline{x}_*(t+1) &= F_*\underline{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d} + L_*^+\underline{\rho} - L_*^-\bar{\rho}, \\
 \bar{x}_*(t+1) &= F_*\bar{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*^+\bar{d} - D_*^-\underline{d} + L_*^+\bar{\rho} - L_*^-\underline{\rho}, \\
 \underline{y}_*(t) &= H_*\underline{x}_*(t), \\
 \bar{y}_*(t) &= H_*\bar{x}_*(t), \\
 \underline{r}(t) &= R_*y(t) - \bar{y}_*(t), \\
 \bar{r}(t) &= R_*y(t) - \underline{y}_*(t),
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

где $A^+ = \max\{0, A\}$, $A^- = A^+ - A$ для произвольной матрицы A ; нетрудно видеть, что $A^+ \geq 0$ и $A^- \geq 0$.

Теорема 1. Если $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \bar{x}_*(0)$, то при отсутствии дефектов для всех $t \geq 0$ выполняется соотношение $0 \in [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$; случай, когда $0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ при некотором $t > 0$, квалифицируется как появление дефекта.

Доказательство. Введем ошибки $\underline{e}(t) = x_*(t) - \underline{x}_*(t)$ и $\bar{e}(t) = \bar{x}_*(t) - x_*(t)$, запишем уравнения для первой ошибки и преобразуем его с учетом соотношений (1.1), (2.1) и (2.2):

$$\begin{aligned}
 \underline{e}(t+1) &= x_*(t+1) - \underline{x}_*(t+1) = \\
 &= F_*x_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*d(t) + L_*\rho(t) - \\
 &\quad - (F_*\underline{x}_*(t) + G_*u(t) + J_*y(t) + D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d} + L_*^+\underline{\rho} - L_*^-\bar{\rho}) = \\
 \tag{2.5} &= F_*(\underline{e}(t) + \underline{x}_*(t)) - F_*\underline{x}_*(t) + D_*d(t) - (D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d}) + \\
 &\quad + L_*\rho(t) - (L_*^+\underline{\rho} - L_*^-\bar{\rho}) = \\
 &= F_*\underline{e}(t) + D_*d(t) - (D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d}) + L_*\rho(t) - (L_*^+\underline{\rho} - L_*^-\bar{\rho}).
 \end{aligned}$$

Поскольку $D_* = D_*^+ - D_*^-$, то

$$\begin{aligned}
 D_*d(t) - (D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d}) &= D_*^+d(t) - D_*^-d(t) - (D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d}) = \\
 &= D_*^+(d(t) - \underline{d}) + D_*^-(\bar{d} - d(t)).
 \end{aligned}$$

Так как при отсутствии дефектов $\underline{d} \leq d(t) \leq \bar{d}$, а также $D_*^+ \geq 0$, $D_*^- \geq 0$, то

$$D_*d(t) - (D_*^+\underline{d} - D_*^-\bar{d}) \geq 0.$$

Аналогично показывается, что

$$L_*\rho(t) - (L_*^+\underline{\rho} - L_*^-\bar{\rho}) \geq 0.$$

Так как по предположению $\underline{e}(0) = x_*(0) - \underline{x}_*(0) \geq 0$ и $F_* \geq 0$, из (2.5) следует $\underline{e}(1) \geq 0$. По индукции отсюда получаем $\underline{e}(t) \geq 0$ при всех $t \geq 0$. Подобным образом доказывается, что $\bar{e}(t) \geq 0$.

Далее из (2.4) с учетом (2.2) и $H_* \geq 0$ следует

$$\begin{aligned} \underline{r}(t) &= R_* y(t) - \bar{y}_*(t) = R_* H x(t) - H_* \bar{x}_*(t) = \\ &= H_* \Phi x(t) - H_* (\bar{e}(t) + x_*(t)) = \\ &= H_* x_*(t) - H_* (\bar{e}(t) + x_*(t)) = \\ &= -H_* \bar{e}(t) \leq 0 \end{aligned}$$

при всех $t \geq 0$. Аналогично показывается, что $\bar{r}(t) = R_* y(t) - \underline{y}_*(t) \geq 0$. Два последних неравенства эквивалентны доказываемому утверждению, которое можно записать в виде импликации

$$d(t) \in [\underline{d}, \bar{d}] \Rightarrow 0 \in [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$$

при всех $t \geq 0$. Тогда если $0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ при некотором $t > 0$, то применение операции отрицания к этой импликации дает

$$0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)] \Rightarrow d(t) \notin [\underline{d}, \bar{d}],$$

что соответствует появлению дефекта. Максимальная чувствительность к дефектам обеспечивается соответствующим выбором матриц, описывающих наблюдатель, эта задача рассмотрена в разд. 3. Теорема доказана.

Замечание 1. Условие $\underline{x}_*(0) \leq x_*(0) \leq \bar{x}_*(0)$ в принципе может быть опущено, поскольку из-за устойчивости наблюдателя требование $0 \in [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ будет теперь выполняться при всех $t \geq t_0$ для некоторого конечного t_0 .

Замечание 2. Поскольку матрица F_* устойчива по построению, наблюдатель (2.4) устойчив. Естественно предполагать, что исходная система также устойчива и управление $u(t)$ конечно, а тогда переменные $y(t)$, $\underline{y}_*(t)$, $\bar{y}_*(t)$ и невязки $\underline{r}(t)$ и $\bar{r}(t)$ также будут конечными.

Таким образом, построенный наблюдатель формирует интервал $[\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$, и если нуль попадает в этот интервал, принимается решение об отсутствии дефектов в указанном в разд. 1 смысле, в противном случае делается заключение о появлении дефектов. Как следует из уравнений (2.4), описывающих наблюдатель, на ширину интервала $[\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ оказывают влияние внешние возмущения и диапазон допустимых значений переменной $d(t)$, и чем меньше эта ширина, тем надежнее обнаруживаются дефекты.

С точки зрения качества диагностирования, в частности, чувствительности к дефектам, наилучшим является наблюдатель с минимальной шириной интервала $[\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$. Из (2.4) следует, что этому отвечает случай, когда модель нечувствительна к возмущению, т.е. $L_* = \Phi L = 0$. Метод построения такой модели разработан в [1, 2], коротко опишем его.

3. Построение модели

3.1. Основные соотношения

С учетом канонической формы (2.3) уравнения (2.2) принимают вид

$$(3.1) \quad \Phi_1 = R_* H, \quad \Phi_i F = \Phi_{i+1} + J_{*i} H, \quad i = 1, \dots, k-1, \quad \Phi_k F = J_{*k} H,$$

где Φ_i и J_{*i} – i -е строки матриц Φ и J_* , $i = 1, \dots, k$, k – размерность модели (2.1). Известно [1, 2], что эти уравнения можно свернуть в одно:

$$(3.2) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})V^{(k)} = 0,$$

где

$$V^{(k)} = \begin{pmatrix} HF^k \\ HF^{k-1} \\ \dots \\ H \end{pmatrix}.$$

Условие нечувствительности к возмущениям $\Phi L = 0$ может быть представлено в форме

$$(3.3) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})L^{(k)} = 0,$$

где

$$L^{(k)} = \begin{pmatrix} HL & HFL & HF^2L & \dots & HF^{k-1}L \\ 0 & HL & HFL & \dots & HF^{k-2}L \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Так как строка $(R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})$ удовлетворяет условию (3.2), из (3.2) и (3.3) получаем

$$(3.4) \quad (R_* \quad -J_{*1} \quad -J_{*2} \quad \dots \quad -J_{*k})(V^{(k)} \quad L^{(k)}) = 0.$$

Уравнение (3.4) имеет нетривиальное решение, если

$$\text{rank}(V^{(k)} \quad L^{(k)}) < l(k+1).$$

Из последнего условия, начиная с $k = 1$, определяется минимальная размерность k , при которой (3.4) имеет решение, находится решение уравнения (3.4), из (3.1) определяются строки матрицы Φ и принимается $G_* := \Phi G$ и $D_* := \Phi D$.

3.2. Максимизация чувствительности к дефектам

Если уравнение (3.4) при минимальном k имеет несколько решений, из них можно выбрать одно, дающее максимальный вклад дефектов в наблюдатель, и, соответственно, максимальную чувствительность к дефектам, оцениваемую нормой матрицы $D_* = \Phi D$. Более эффективно это можно сделать следующим образом. По аналогии с анализом вклада возмущений введем матрицу

$$D^{(k)} = \begin{pmatrix} HD & HFD & HF^2D & \dots & HF^{k-1}D \\ 0 & HD & HFD & \dots & HF^{k-2}D \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

С учетом соотношений (3.1) можно показать, что

$$\|D_*\| = \|(R_* - J_1 - J_2 \dots - J_k)D^{(k)}\|.$$

Тогда задача максимизации вклад дефектов сводится к максимизации нормы $\|(R_* - J_1 - J_2 \dots - J_k)D^{(k)}\|$ при выполнении условия (3.4).

При решении этой задачи предлагается найти такое минимальное значение размерности k , при котором уравнение (3.4) имеет несколько (более одного) линейно независимых решений вида $(R_* - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k})$. Все эти решения сводятся в матрицу W , каждая строка которой представляет некоторое решение уравнения (3.4); из сказанного выше также следует, что решением является и произвольная линейная комбинация строк этой матрицы с вектором весовых коэффициентов $w = (w_1, \dots, w_N)$, где N – число строк матрицы W . Задача состоит в определении такого вектора w , который дает максимум нормы $\|wWD^{(k)}\|$.

Для решения этой задачи найдем сингулярное разложение матричного произведения $WD^{(k)}$, т.е. представим матрицу $WD^{(k)}$ в виде

$$WD^{(k)} = U_D \Sigma_D V_D,$$

где U_D и V_D – ортогональные матрицы, Σ_D в зависимости от соотношения чисел строк и столбцов матрицы $WD^{(k)}$ имеет вид

$$\Sigma_D = (\text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_s) \ 0) \quad \text{или} \quad \Sigma_D = \begin{pmatrix} \text{diag}(\sigma_1, \dots, \sigma_s) \\ 0 \end{pmatrix},$$

$s = \min(N, kp)$, $0 \leq \sigma_1 \leq \dots \leq \sigma_s$ – сингулярные числа матрицы $WD^{(k)}$ [19, 20]. Если в качестве вектора весовых коэффициентов $w = (w_1, \dots, w_N)$ выбрать i -й транспонированный столбец матрицы U_D , то $\|wWD^{(k)}\| = \sigma_i$ [19, 20]. Из сказанного следует, что в качестве вектора $w = (w_1, \dots, w_N)$ следует выбирать транспонированный столбец матрицы U_D , соответствующий максимальному сингулярному числу, и принять $(R - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k}) := wW$. Далее из (3.1) определяются строки матрицы Φ и принимается $G_* := \Phi G$ и $D_* := \Phi D$.

Отметим, что это решение будет оптимальным для выбранной размерности k ; увеличение размерности сверх минимального значения может дать лучший вариант решения задачи по критерию максимума нормы матрицы $(R - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k})D^{(k)}$.

3.3. Минимизация вклада возмущения

Если при всех $k < n$ решение уравнения (3.4) отсутствует, то линейную модель, не чувствительную к возмущениям, построить невозможно, необходимо обращаться к робастным методам, минимизирующим вклад возмущения в модель [19]. Из полученных выше результатов ясно, что задача минимизации вклада возмущения сводится к минимизации нормы $\|(R_* - J_1 - J_2 \dots - J_k)L^{(k)}\|$ при выполнении условия (3.2).

Эта задача решается по аналогии с изложенным выше, а именно, предлагается найти такое минимальное значение размерности k , при котором уравнение (3.2) имеет несколько линейно независимых решений вида $(R_* - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k})$. Все эти решения в количестве M сводятся в матрицу V , каждая строка которой представляет некоторое решение уравнения (3.2). Задача состоит в определении такого вектора весовых коэффициентов $v = (v_1, \dots, v_M)$, который дает минимум нормы $\|vVL^{(k)}\|$.

Далее находится сингулярное разложение матричного произведения $VL^{(k)}$: $VL^{(k)} = U_L \Sigma_L V_L$ и первый транспонированный столбец матрицы U_L выбирается в качестве вектора весовых коэффициентов $v = (v_1, \dots, v_M)$. На основании сказанного можно заключить, что линейная комбинация решений, представленных строками матрицы V с весами v_1, \dots, v_M , дает оптимальное решение $(R_* - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k}) = vV$. Далее из (3.1) определяются строки матрицы Φ и принимается $G_* := \Phi G$ и $D_* := \Phi D$, чем завершается синтез робастной модели.

Другие способы построения робастных моделей, в частности, с учетом вклада дефектов, рассмотрены в [19].

4. Решение задачи локализации дефектов

Построенный наблюдатель позволяет решить задачу обнаружения того множества дефектов, которые определяются условием $D_* := \Phi D \neq 0$. Для решения задачи локализации дефектов, т.е. определения места появления дефекта, необходимо построить банк наблюдателей, каждый из которых будет чувствителен к определенному множеству дефектов и нечувствителен к остальным. Построить такой банк можно следующим образом. Пусть вместо члена $Dd(t)$ в уравнении (1.1) множество возможных дефектов определяется слагаемым $\sum_{i=1}^s D_i d_i(t)$. Рассмотрим первый дефект и построим модель, нечувствительную к нему, решая уравнение

$$(4.1) \quad (R_* - J_{*1} - J_{*2} \dots - J_{*k})(V^{(k)} D_1^{(k)}) = 0,$$

определяя минимальную размерность k , начиная с $k = 1$, где

$$D_1^{(k)} = \begin{pmatrix} HD_1 & HFD_1 & HF^2D_1 & \dots & HF^{k-1}D_1 \\ 0 & HD_1 & HFD_1 & \dots & HF^{k-2}D_1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Далее определяются строки матрицы Φ , принимается $G_* := \Phi G$ и по изложенным выше правилам строится интервальный наблюдатель. Он будет нечувствителен к ряду других дефектов, в частности, к тем, для которых $D_j = D_1 N$ с некоторой матрицей N . К дефектам, для которых выполняется условие $\Phi D_j \neq 0$, наблюдатель чувствителен. Выберем среди таких дефектов первый по порядку и аналогичным образом построим модель и наблюдатель,

нечувствительный к нему. Процедура продолжается до тех пор, пока не будут рассмотрены все дефекты.

Информация о чувствительности и нечувствительности каждого наблюдателя отражается в матрице синдромов S , строки которой соответствуют наблюдателям, столбцы — дефектам, при этом $S(i, j) = 0$, если i -й наблюдатель нечувствителен к j -му дефекту, $S(i, j) = 1$ в противном случае. Может оказаться так, что в этой матрице окажутся два и более одинаковых столбца, это означает, что в системе есть дефекты, которые невозможно отличить друг от друга описываемой процедурой, необходимо применить более изоциренные подходы.

Наиболее удобными с точки зрения решения задачи локализации являются матрицы, имеющие следующую структуру:

$$S^1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}, \quad S^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & 0 & 1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

Первая из них позволяет локализовать дефекты произвольной кратности, но ее редко удается реализовать на практике, поскольку требование нечувствительности к большому числу дефектов является весьма жестким. С этой точки зрения более практична вторая матрица, но и она не всегда реализуема. Дело в том, что между элементами матрицы S могут существовать определенные соотношения, вызванные особенностями системы (1.1) и возникающими в ней дефектами, из-за чего эти элементы не могут быть произвольными.

5. Практический пример

Рассмотрим электропривод, разомкнутая цепь которого с учетом вязкого трения описывается следующей моделью:

$$(5.1) \quad \begin{aligned} x_1(t+1) &= \gamma_1 x_2(t) + x_1(t), \\ x_2(t+1) &= \gamma_2 x_2(t) + \gamma_3 x_3(t) + \rho(t), \\ x_3(t+1) &= \gamma_4 x_2(t) + \gamma_5 x_3(t) + \gamma_6 u(t) + d(t), \\ y_1(t) &= x_2(t), \quad y_2(t) = x_3(t), \end{aligned}$$

где x_1 — угол поворота выходного вала редуктора, x_2 — угловая скорость вращения вала электродвигателя, x_3 — ток электродвигателя, $\gamma_1 - \gamma_6$ — коэффициенты, зависящие от параметров электропривода и интервала дискретизации, в частности, вязкое трение описывается коэффициентом γ_2 . При этом

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \frac{\Delta t}{i_r}, & \gamma_2 &= -\frac{\Delta t k_b}{J} + 1, & \gamma_3 &= \frac{\Delta t k_m}{J}, \\ \gamma_4 &= -\frac{\Delta t k_\omega}{L_m}, & \gamma_5 &= -\frac{\Delta t R_m}{L_m} + 1, & \gamma_6 &= \frac{\Delta t k_u}{L_m}, \end{aligned}$$

где Δt – интервал дискретизации; i_r – передаточное отношение редуктора; k_b – коэффициент вязкого трения; k_m – коэффициент крутящего момента; J – момент инерции ротора электродвигателя и вращающихся частей редуктора, приведенный к этому ротору; k_ω – коэффициент противо-э.д.с.; R_m – номинальное активное сопротивление цепи якоря; L_m – индуктивность цепи якоря; k_u – коэффициент усиления усилителя мощности; $u(t)$ – входное напряжение электропривода.

Электропривод описывается следующими матрицами:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & \gamma_3 \\ 0 & \gamma_4 & \gamma_5 \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \gamma_5 \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Построим модель, нечувствительную к возмущению. Примем $k = 1$ и найдем матрицы $V^{(1)}$ и $B^{(1)}$:

$$V^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & \gamma_1 & 0 \\ 0 & \gamma_4 & \gamma_5 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad B^{(1)} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Так как $\text{rank}(V^{(1)}, B^{(1)}) = 3 < 2(1 + 1) = 4$, уравнение (3.4) имеет решение с матрицами

$$R_* = (\gamma_4 - \gamma_1), \quad J_* = (\gamma_4 - \gamma_1\gamma_5),$$

откуда $\Phi = (\gamma_4 \ 0 \ -\gamma_1)$, $G_* = -\gamma_1\gamma_6$, $D_* = -\gamma_1$. Модель (2.1) принимает вид

$$(5.2) \quad \begin{aligned} x_*(t+1) &= \gamma_4 y_1(t) - \gamma_1 \gamma_5 y_2(t) - \gamma_1 \gamma_6 u(t) - d(t), \\ y_*(t) &= x_*(t), \end{aligned}$$

где $x_* = \gamma_4 x_1 - \gamma_1 x_3$. Нетрудно видеть, что $D_*^+ = 0$, $D_*^- = \gamma_1$.

Согласно (2.4) и (5.2) интервальный наблюдатель описывается следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \underline{x}_*(t+1) &= \gamma_4 y_1(t) - \gamma_1 \gamma_5 y_2(t) - \gamma_1 \gamma_6 u(t) - \gamma_1 \bar{d}, \\ \bar{x}_*(t+1) &= \gamma_4 y_1(t) - \gamma_1 \gamma_5 y_2(t) - \gamma_1 \gamma_6 u(t) - \gamma_1 \underline{d}, \\ \underline{y}_*(t) &= \underline{x}_*(t), \quad \bar{y}_*(t) = \bar{x}_*(t), \\ \underline{r}(t) &= \gamma_4 y_1 - \gamma_1 y_3 - \bar{y}_*(t), \quad \bar{r}(t) = \gamma_4 y_1 - \gamma_1 y_3 - \underline{y}_*(t). \end{aligned}$$

Для моделирования для простоты примем $\gamma_1 = \gamma_3 = \gamma_6 = 1$, $\gamma_2 = \gamma_4 = \gamma_5 = -1$, $u(t) = 2 + \sin(t)$; возмущение $\rho(t)$ представлено случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $[-0,2; 0,2]$; интервал $[\underline{d}, \bar{d}]$ допустимых вариаций функции $d(t)$ задан в виде $[-0,05; 0,05]$. На рис. 1 и 2 представлены результаты моделирования наблюдателя с начальными состояниями $x_1(0) = x_2(0) = x_3(0) = 0$, $\underline{x}_*(0) = -0,2$, $\bar{x}_*(0) = 0,2$.

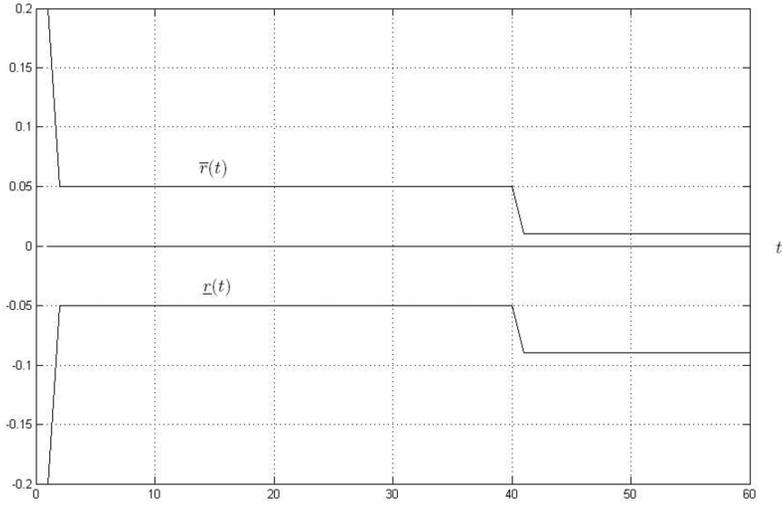


Рис. 1. Поведение невязок \underline{r} и \bar{r} при отсутствии дефектов.

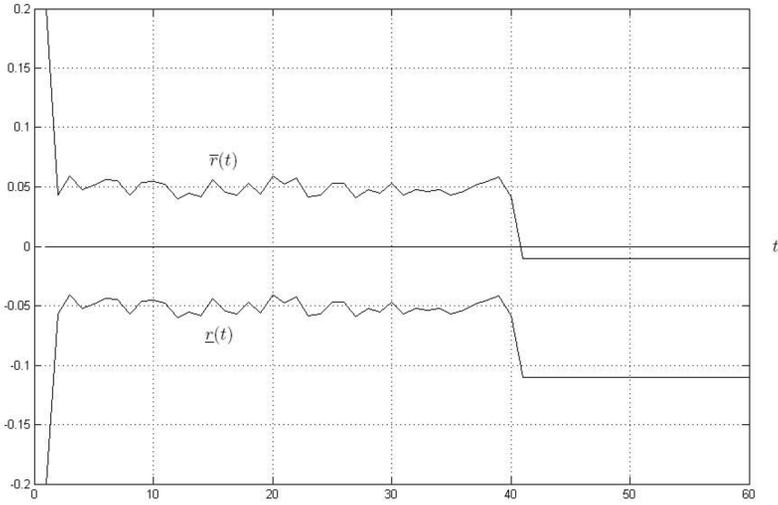


Рис. 2. Поведение невязок \underline{r} и \bar{r} при появлении дефектов.

На рис. 1 $d(t) = 0$, $t < 40$ с, $d(t) = 0,04$, $t \geq 40$ с; поскольку значение $d(t) = 0,04$ остается в пределах допустимого интервала, то $0 \in [\underline{d}, \bar{d}]$, что квалифицируется как отсутствие дефектов. На рис. 2 функция $d(t)$ представлена случайной величиной, равномерно распределенной на интервале $[-0,01; 0,01]$, $t < 40$ с, $d(t) = 0,06$, $t \geq 40$ с; поскольку теперь $0 \notin [\underline{r}(t), \bar{r}(t)]$ при $t > 40$ с, делается заключение о появлении дефекта.

Из рис. 2 видно, что когда $d(t)$ представлена случайной величиной, это отражается на поведении функций $\underline{r}(t)$ и $\bar{r}(t)$. Возмущение $\rho(t)$ также представлено случайной величиной, но на рис. 1 функции $\underline{r}(t)$ и $\bar{r}(t)$ постоянны

(за исключением скачка, вызванного изменением функции $d(t)$), откуда следует, что возмущение не влияет на результат.

6. Заключение

В работе рассмотрена задача функционального диагностирования линейных динамических систем, описываемых дискретными моделями при наличии внешних возмущений, на основе интервальных наблюдателей. Получены расчетные соотношения, позволяющие построить интервальный наблюдатель, не чувствительный к возмущениям, и чувствительный в ограниченной степени. Такой наблюдатель формирует два значения невязки так, что попадание числа нуль между этими значениями квалифицируется как отсутствие дефектов, на обнаружение которых рассчитан наблюдатель. Теоретические результаты иллюстрированы примером построения наблюдателей для реальной технической системы. Результаты моделирования подтвердили правильность теоретических построений, связанных с задачей обнаружения дефектов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Жиравок А.Н., Зуев А.В., Ким Чхун Ир.* Метод построения интервальных наблюдателей для стационарных линейных систем // Известия РАН. Теория и системы управления. 2022. № 4 С. 22–32.
2. *Жиравок А.Н., Зуев А.В., Филаретов В.Ф., Шумский А.Е., Ким Чхун Ир.* Каноническая форма Жордана в задачах диагностирования и оценивания // АиТ. 2022. № 9. С. 49–67.
Zhirabok A., Zuev A., Filaretov V., Shumsky A., Kim C. Jordan Canonical Form in the Diagnosis and Estimation Problems // Autom. Remote Control. 2022. V. 83. No. 9. P. 1355–1370.
3. *Ефимов Д.В., Раисси Т.* Построение интервальных наблюдателей для динамических систем с неопределенностями // АиТ. 2016. № 2. С. 5–49.
Efimov D., Raissi T. Design of Interval State Observers for Uncertain Dynamical Systems // Autom. Remote Control. V. 77. No. 2. P. 191–225.
4. *Khan A., Xie W., Zhang L., Liu L.* Design and applications of interval observers for uncertain dynamical systems // IET Circuits Devices Syst. 2020. V. 14. P. 721–740.
5. *Кремлев А.С., Чеботарев С.Г.* Синтез интервального наблюдателя для линейной системы с переменными параметрами // Изв. вузов. Приборостроение. 2013. Т. 56. №. 4. С. 42–46.
6. *Efimov D., Raissi T., Perruquetti W., Zolghadri A.* Estimation and control of discrete-time LPV systems using interval observers // 52nd IEEE Conf. On Decision and Control. Florence, Italy. 2013. P. 5036–5041.
7. *Chebotarev S., Efimov D., Raissi T., Zolghadri A.* Interval observers for continuous-time LPV systems with L_1/L_2 performance // Automatica. 2015. V. 51. P. 82–89.
8. *Mazenc F., Bernard O.* Asymptotically stable interval observers for planar systems with complex poles // IEEE Trans. Automatic Control. 2010. V. 55. No. 2. P. 523–527.

9. *Zheng G., Efimov D., Perruquetti W.* Interval state estimation for uncertain nonlinear systems // IFAC NOLCOS 2013. Toulouse, France, 2013.
10. *Zhang K., Jiang B., Yan X., Edwards C.* Interval sliding mode based fault accommodation for non-minimal phase LPV systems with online control application // Int. J. Control. 2019. <https://doi.org/10.1080/00207179.2019.1687932>
11. *Kolesov N., Gruzlikov A., Lukoyanov E.* Using fuzzy interacting observers for fault diagnosis in systems with parametric uncertainty // Proc. XII-th Inter. Symp. Intelligent Systems, INTELS'16, 5–7 October 2016, Moscow, Russia. P. 499–504.
12. *Zhang Z., Yang G.* Fault detection for discretetime LPV systems using interval observers // Int. J. Syst. Sci. 2017. <https://doi.org/10.1080/00207721.2017.1363926>
13. *Zhang Z., Yang G.* Event-triggered fault detection for a class of discrete-time linear systems using interval observers // ISA Transactions. 2017. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2016.11.016>
14. *Zhang Z., Yang G.* Interval observer-based fault isolation for discrete-time fuzzy interconnected systems with unknown interconnections // IEEE Trans. Cybernetics. 2017. <https://doi.org/10.1109/TCYB.2017.2707462>
15. *Yi Z., Xie W., Khan A., Xu B.* Fault detection and diagnosis for a class of linear time-varying discrete-time uncertain systems using interval observers // Proc. 39th Chinese Control Conf., July 27–29, 2020, Shenyang, China. P. 4124–4128.
16. *Rotondo D., Fernandez-Cantia R., Tornil-Sina S., Blesa J., Puig V.* Robust fault diagnosis of proton exchange membrane fuel cells using a Takagi-Sugeno interval observer approach // Int. J. Hydrogen Energy. 2015. P. 2875–2886.
17. *Saijai J., Ding S., Abdo A., Shen B., Damlakhi W.* Threshold computation for fault detection in linear discrete-time Markov jump systems // Int. J. Adapt. Control Signal Process. 2014. Vol. 28. P. 1106–1127.
18. *Шумский А.Е., Журабок А.Н.* Принятие решений при диагностировании нелинейных динамических систем непараметрическим методом // АИТ. 2021. № 2. С. 111–131.
Shumsky A., Zhirabok A. Decision making in nonlinear dynamical system diagnostics by a nonparametric method // Autom. Remote Control. 2021. Vol. 82. No. 2. P. 278–293.
19. *Журабок А.Н., Шумский А.Е., Соляник С.П., Суворов А.Ю.* Метод построения нелинейных робастных диагностических наблюдателей // АИТ. 2017. № 9. С. 34–48.
Zhirabok A., Shumsky A., Solyanik S., Suvorov A. Design of Nonlinear Robust Diagnostic Observers // Autom. Remote Control. 2017. Vol. 78. No. 9. P. 1572–1584.
20. *Low X., Willsky A., Verghese G.* Optimally robust redundancy relations for failure detection in uncertain systems // Automatica. 1996. Vol. 22. P. 333–344.

Статья представлена к публикации членом редколлегии А.А. Бобцовым.

Поступила в редакцию 18.08.2023

После доработки 23.10.2023

Принята к публикации 01.11.2023